Г. И. Синкевич

Кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математики СПбГАСУ

тел. (812) 316-49-30; e-mail: galina.sinkevich@gmail.com

Опубликовано: Синкевич Г.И. Порождающая роль языка в истории математического анализа на рубеже XIX-XX веков / Г.И. Синкевич // Доклады 70-й научной конференции профессоров, преподавателей, научных работников, инженеров и аспирантов университета 7-9 октября 2014 г. СПб: Издательство СПбГАСУ. – 2014. – С. 82 – 84.

ПОРОЖДАЮЩАЯ РОЛЬ ЯЗЫКА В ИСТОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА РУБЕЖЕ XIX-XX ВЕКОВ.

Математический анализ возник в XVII веке. В XIX веке к преподаванию были предъявлены требования большей строгости в обосновании, в частности, появилась потребность в новом типе определений, позволяющий наращивать объём понятия. Французский язык не обладал необходимой категориальной гибкостью. Новый тип определений возник в среде немецкоязычной математики. Эта тенденция продолжилась в русскоязычной среде, в работах московской школы дескриптивной теории множеств первой трети XX века.

Ключевые слова: история математики, теория множеств, определения.

В первой части этой статьи, опубликованной [1], рассматривалось влияние французского и немецкого языков на формирование определений в математическом анализе середины XIX века. Французский язык, в большей степени несущий латинскую традицию и потому более чёткий в определениях, способствовал формированию математического анализа как строгой и стройной теории. Но к середине XIX века в математике появились такие новые объекты, как разрывные и недифференцируемые функции, разрабатывается понятие точной верхней и нижней границы, возникает необходимость оценивать множества точек разрыва по величине. Всё это потребовало расширения понятийного объёма и структуры, а также возможности развития прежних понятий на основе их вновь открытых свойств. Это относится к понятию функции, предела, интеграла, непрерывности. Традиционные конструктивные определения французской школы не позволяли провести тонкий анализ понятий, что показано нами на примере концепции действительного числа Шарля Мере. Его построение, верное в своей основе, не порождало адекватной терминологии и не выходило за пределы целых функций, то есть оставалось в рамках математики начала XIX века [1, 2].

Инициатива развития понятийного аппарата анализа перешла в немецкоязычную среду. Немецкий язык обладал категориальным аппаратом, развитым в немецкой философии Кантом, Гегелем и Шопенгауэром. Он богаче синонимически. Например, такие понятия, как число, точка, положение, граница, предел, имеют в немецком языке кустовые синонимы, отражающие различные оттенки смысла. Немецкий язык обладал потенциалом концептуального порождения. Развитию нового способствовал также подъём немецкого национального самосознания в 1870-е годы.

В 1830-е годы понятие действительного числа на основе сечения строит Бернард Больцано [3]. В период 1861–1885 Карл Вейерштрасс разработал новую концепцию математического анализа на основе понятий точной верхней границы, языка «ε–δ», понятия действительного числа на основе абсолютно равномерно сходящихся рядов. В 1872 году Эдвард Гейне, Рихард Дедекинд и Георг Кантор предложили каждый свою концепцию действительного числа [4, 5].

Георг Кантор, разрабатывая теорию множеств, ввёл новый тип определений – дескриптивные, описывающие объект по их свойствам. Такие определения позволяли наращивать объём понятий по мере изучения объекта, и затем получать их аналитический вид. Это представляло собой инверсию классического подхода [6].

Благодаря высокой общности определений теории множеств появилась возможность ввести в рассмотрение широкий класс функций и геометрических форм. Их описание было бы невозможным на базе математического анализа Коши и Вейерштрасса. Но на рубеже XIX – XX веков «мягкость языка», определяющего понятия, породила теоретико-множественные противоречия.

Первый период развития теории множеств получил название «наивной» теории. Понятия стали формироваться вербально, из известных выражений формировались новые за счёт операций со словами (терминами) по правилам грамматики. В то же время логическая структура языка не совпадает с его логической структурой, что породило парадоксы теории. В своей теории дескрипций Рассел анализировал этот процесс, различая два типа отношений знаков к обозначаемому объекту – имена и описания.

Противоречия теории множеств на рубеже XIX–XX веков породили дискуссии среди математиков. Они описаны в книге Клайна [7]. В 1904 году немецкий математик Эрнст Цермело сформулировал аксиому выбора (Для бесконечной совокупности множеств всегда существует отображение, в котором каждому множеству соответствует один из его элементов [8]). Использование этой аксиомы внесло новый раскол в среду математиков. Методы, использующие эту аксиому, получили название неэффективных. В 1905 году дискуссия об эффективности, полноте и непротиворечивости таких методов была начата в 5 письмах о теории множеств Адамара, Бореля, Бэра и Лебега [9].

Разрешение противоречий было невозможно в рамках строгого французского языка. Требуется мягкий и толерантный к противоречиям язык, обладающий богатым понятийным аппаратом, основанным на философской традиции. Таким языком был русский язык, а дальнейшее развитие теории множеств произошло в московской школе теории множеств под руководством Н.Н. Лузина.

Основной принцип дескриптивной теории множеств Лузин сформулировал в своей диссертации: «Дано структурное свойство функции. Найти её аналитическое выражение»[10, т. 1, с.49].

В 1934 году Лузин в статье «Дифференциальное исчисление», написанной для БСЭ, различает математический анализ большого и малого стилей, имеющих различное назначение – строгое учебное и креативное исследовательское. В исследовательской работе допускается использование принципа предвосхищения основания, в курсах «малого» стиля, напротив, вводятся «излишние» понятия, неразрешимость с помощью вводимых понятий важных проблем, однако, прекрасно ставящихся на языке этого малого анализа» [10, т. 3].

Математика в последней трети XIX и в первой трети XX века приобрела новую форму – обрела роль фундаментально самодостаточной теории. Значительную роль в этом процессе сыграла теория множеств, теория меры. Вспомним, что степень общности многих теорем варьировалась с точностью до множеств, пренебрежимо малых, нулевой меры. Это давало понятиям возможность развиваться, получать в процессе исследования новые, более точные определения (например, аналитические и проективные множества). Процесс этот был в значительной степени связан с увеличением роли языка как порождающей структуры, использующей грамматическое средства и философское осмысление.

Литература.

1. *Синкевич Г.И.* Порождающая роль языка в истории математического анализа XIX века.Часть I / Г.И. Синкевич // Материалы Международной научно-практической конференции «Образование. Культура. Педагогика». – Санкт-Петербург: СПбГАСУ. – 12-17 мая 2014 г.
2. *Синкевич Г.И.* Развитие понятия непрерывности у Шарля Мере. Труды X Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. (С. 180–185). Ярославль: Издательство ЯГПУ. – 2012 г. – С. 180–185.
3. *Рыхлик К.* Теория вещественных чисел в рукописном наследии Больцано / К. Рыхлик // Историко-математические исследования. – 1958 г. – XI. – С. 515–532.
4. *Синкевич Г.И.* Генрих Эдуард Гейне. Теория функций //Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвузовский тематический сборник трудов. Выпуск 18. Под редакцией д-ра физ.- мат. наук, проф. Б.Г. Вагера/ СПбГАСУ. – СПб. – 2012. – С. 6 – 26.
5. *Синкевич Г.И.* Развитие понятия непрерывности в работах Дедекинда и Кантора / Г.И. Синкевич // Труды XI Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль: Издательство ЯГПУ – 2013 г. – С. 336–347.
6. *Синкевич Г.И.* Развитие типов определений от Кантора до Серпинского. Язык определений у Лузина и Серпинского. Процесс образования новых понятий // История науки и техники. – 2011. – № 5. – С. 26–33.
7. *Клайн М.* Математика. Утрата определённости / М. Клайн. – Москва: Мир. – 1984 г. – 447 с.
8. *Zermelo E.* Beweis, das jede Menge wohlgeordnet werden kann / E. Zermelo. – Mathematische Annalen – 1904. – 59. – P. 514–516.
9. Cinq lettres sur la théorie des ensembles. R. Baire, E. Borel, J. Hadamard, H. Lebesgue // Bulletin de la Société Mathématique de France. – 1905. – 33. – p. 261–273.
10. Лузин Н.Н. Собрание сочинений в 3-х томах. Москва:Наука. 1953–1959 гг.