

ИСТОРИЯ ТЕОРЕМЫ О ПРЕДЕЛЕ СЖАТОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Опубликовано: Синкевич Г.И. История теоремы о пределе сжатой переменной//Наука и техника: Вопросы истории и теории. Материалы XXXVI международной годичной конференции Санкт-Петербургского отделения Российского национального комитета по истории и философии науки и техники РАН (21-24 апреля 2015 г.). Выпуск XXXI. СПб: Санкт-Петербургский филиал ИИЕТ РАН. 2015. С. 191-192.

Теорема. Если переменная величина остаётся заключённой всё время между двумя переменными величинами, стремящимися к одному и тому же пределу, то она необходимо стремится к тому же самому пределу (формулировка Лузина).

Логическая схема, лежащая в основе этой теоремы, восходит к методу Архимеда. В «Квадратуре параболы» Архимед использует две суммы трапеций, площади которых соответственно не достигают и превосходят параболический сегмент. Это *первое* в истории математики применение двух последовательностей вписанных и описанных площадей, приближающихся к искомому с избытком и недостатком.

В 1668 году Джеймс Грегори в работе «Истинная площадь круга и гиперболы» (*Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura*) использует последовательности отношений вписанных и описанных фигур.

В 1669 году Ньютон создаёт свой метод касательных, в 1830 году сходимость метода была обоснована в работе Ж. Фурье, а в XX веке метод обобщен Л.В. Канторовичем как метод сжимающих отображений.

В 1809 году Гаусс в работе «Теория движения небесных тел» (*Theoria motus corporum coelestium*, §178-182) с помощью стягивающихся последовательностей выводит формулу $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ (стр. 259). Принято считать, что это первая формализация теоремы о сжатой переменной.

В 1821 году Огюстен Коши в Курсе анализа впервые систематически излагает теорию пределов и доказывает первый классический предел с помощью рассуждения: так как $1 > \frac{\sin \alpha}{\alpha} > \cos \alpha$, и $\cos \alpha \rightarrow 1$, то тем более $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ всегда находится между 1 и $\cos \alpha$, следовательно, $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$ (с. 63-64). Теоремы о сжатой переменной как таковой он не формулирует.

В 1875 году Гастон Дарбу в «Мемуаре о разрывных функциях» (*Mémoire sur les fonctions discontinues*), строит стягивающиеся последовательности интегральных сумм.

В разных странах эта теорема называется теоремой сжатия, теоремой о промежуточной функции, о двух карабинерах, о сэндвиче (или правило бутерброда), о трёх струнах, теорема о двух жандармах, о двух городских. Несмотря на её вспомогательную роль, она является одной из фундаментальных теорем анализа.