

Федеральное агентство по образованию

Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет

Кафедра общей и строительной физики

# **ФИЗИКА**

**Конспект лекций  
для студентов заочного обучения**

Часть 2

Под редакцией Т. А. Дацюк

Санкт-Петербург  
2007

В. И. Белякова, Е. А. Желудкова, Е. А. Кукина, Ю. Н. Леонтьева,  
И. А. Занадворова.

УДК 681.7.069.24–032.31(076.5)

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. СПбИМ (ЛМЗ–ВТУЗ) Е. М. Дедиков;  
канд. физ.-мат. наук, доц. ГТУ Л. Д. Неуймина

**Физика:** конспект лекций для студентов заочного обучения. Ч.2/ В. И. Белякова  
[и др.]; под ред. Т. А. Дацюк; СПб. гос. архит.-строит. ун-т. – СПб., 2007. – с.

Кратко изложены электростатика, постоянный электрический ток, магнитное поле, электромагнитная индукция, магнитные свойства вещества.

Рекомендовано для студентов факультета безотрывных форм обучения всех специальностей.

Ил. 40.

Рекомендовано Редакционно-издательским советом СПбГАСУ в качестве конспекта лекций

© Авторы, 2007  
© СПбГАСУ, 2007

## 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### 1.1. Закон сохранения электрического заряда

В природе существует только *два типа электрических зарядов: положительные и отрицательные*. Одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Опытным путем американский физик Р. Милликен показал, что электрический заряд *дискретен*, т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от *элементарного электрического заряда  $e$*  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл). Электрон и протон являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Величина электрического заряда не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

За единицу электрического заряда принят *кулон* (Кл). Заряд в 1 Кл проходит через поперечное сечение проводника при силе тока 1 ампер за время, равное 1 с.

На основе обобщения опытных данных был установлен *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

### 1.2. Закон Кулона

Закон взаимодействия *неподвижных точечных* электрических зарядов установлен Ш. Кулоном. *Точечным* называется заряженное тело, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

**Закон Кулона:** сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам  $Q_1$  и  $Q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. В системе СИ коэффициент пропорциональности  $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ .

Закон Кулона в системе СИ имеет вид

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (1.2)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/(Н·м<sup>2</sup>) или  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м (Ф – фарад – единица электрической емкости).

Рис. 1.1 иллюстрирует взаимодействие точечных положительных зарядов.

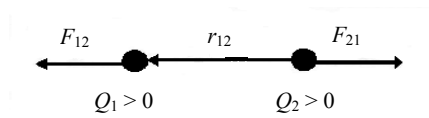


Рис. 1.1

Сила Кулона  $F$  является центральной и направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Разноименные заряды притягиваются ( $F < 0$ ), а одноименные – отталкиваются ( $F > 0$ ). В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (1.3)$$

где  $\vec{F}_{12}$  – сила, действующая на заряд  $Q_1$  со стороны заряда  $Q_2$ ,  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор, соединяющий заряд  $Q_2$  с зарядом  $Q_1$ ,  $r = |\vec{r}_{12}|$  (рис. 1.1).

На заряд  $Q_2$  со стороны заряда  $Q_1$  действует сила  $F_{21} = -F_{12}$ , т. е. взаимодействие электрических точечных зарядов удовлетворяет третьему закону Ньютона.

### 1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Поток вектора напряженности

В пространстве, окружающем *электрические* заряды, существует *силовое поле*. Электрическое поле – поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Электрическое поле, которое создается неподвижными электрическими зарядами, называется *электростатическим*.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется *пробный точечный, положительный, заряд*. Если в поле заряда  $Q$ , поместить пробный заряд  $Q_0$ , то на него будет действовать сила  $\vec{E}$ , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона пропорциональна величине пробного заряда (1.3). Отношение  $\vec{F} / Q_0$  не зависит от  $Q_0$  и характеризует *электрическое* поле в той точке, где находится пробный заряд. Эта величина называется напряженностью  $\vec{E}$  и является *силовой характеристикой электростатического поля*.

**Напряженность электростатического поля** в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный, положительный, заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \vec{F} / Q_0. \quad (1.4)$$

Как следует из формул (1.2) и (1.4), напряженность поля точечного заряда в вакууме в скалярной форме имеет вид

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (1.5)$$

Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на *положительный* заряд. Графически электростатическое поле изображают с помощью *линий напряженности* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$  (рис. 1.2). Направление линии напряженности совпадает с направлением вектора напряженности. Линии напряженности никогда не пересекаются. Для *однородного поля* ( $\vec{E} = \text{const}$ ) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

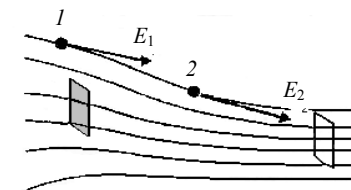


Рис. 1.2

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 1.3, *a*), и входящие в него, если заряд отрицателен: (рис. 1.3, *б*).

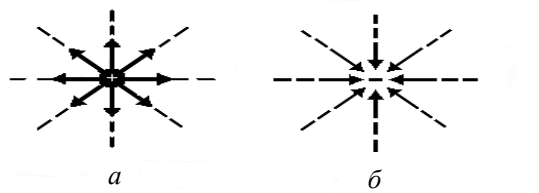


Рис. 1.3

Густота линий напряженности, т. е. число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную линиям в данной точке, пропорциональна модулю вектора  $\vec{E}$  (см. рис. 1.2). Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$ ,  $E dS \cos \alpha = E_n dS$ , где  $E_n$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$  (рис. 1.4). Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S} \quad (1.6)$$

называется **поток вектора напряженности** через площадку  $dS$ .

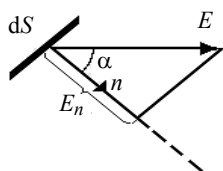


Рис. 1.4

Здесь  $d\vec{S} = dS\vec{n}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке.

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора  $\vec{E}$  через эту поверхность определяется как

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}, \quad (1.7)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности  $S$ .

## 1.4. Принцип суперпозиции электростатических полей

Результирующая сила  $\vec{F}$ , действующая со стороны электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , на пробный заряд  $Q_0$ , равна векторной сумме сил  $\vec{F}_i$ , приложенных к нему со стороны каждого из зарядов  $Q_i$ :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (1.8)$$

Но  $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$  и  $\vec{F}_i = Q_0 \vec{E}_i$ , где  $\vec{E}$  – напряженность результирующего поля, а  $\vec{E}_i$  – напряженность поля, создаваемого зарядом  $Q_i$ . Подставляя последние выражения в (1.8), получим

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (1.9)$$

Формула (1.9) выражает принцип **суперпозиции (наложения) электростатических полей**, согласно которому напряженность  $\vec{E}$  результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна **геометрической сумме** напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности. Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов, так как любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов.

## 1.5. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов можно значительно упростить, используя теорему Гаусса, определяющую поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность.

В соответствии с формулой (1.7) поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса  $r$ , охватывающую точечный заряд  $Q$ , находящийся в ее центре (рис. 1.5) определяется как

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (1.10)$$

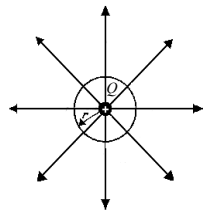


Рис. 1.5

Это выражение справедливо для замкнутой поверхности любой формы. Если окружить сферу (см. рис. 1.5) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

Поток считается положительным, если линии напряженности выходят из поверхности, и отрицательным для линий, входящих в поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себе точечный заряд  $Q$ , поток вектора напряженности будет

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n \, dS = Q / \epsilon_0. \quad (1.11)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда  $Q$ .

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающей  $n$  зарядов. Согласно принципу суперпозиции напряженность  $\vec{E}$  поля,

создаваемого всеми зарядами,  $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$ , поэтому

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \left( \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S}. \quad (1.12)$$

Используя формулу (1.11), получим

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{E}_n \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (1.13)$$

Формула (1.13) выражает **теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме**: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon_0$ .

## 1.6. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме

**Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.** Бесконечная плоскость (рис. 1.6) заряжена с постоянной поверхностной плотностью  $+\sigma$  ( $\sigma = \frac{dQ}{dS}$  – заряд, приходящийся на единицу поверхности). Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ( $\cos \alpha = 0$ ), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания  $E_n$  совпадает с  $E$ ), т. е. равен  $2ES$ .

Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен  $\sigma S$ . Согласно теореме Гаусса (1.13),  $2ES = \sigma S / \epsilon_0$ , откуда

$$E = \sigma / (2 \epsilon_0). \quad (1.14)$$

**Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей** (рис. 1.7). Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-\sigma$ . Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Слева и справа от плоскостей поля компенсируют друг друга, поэтому здесь напряженность поля  $E = 0$ . В области между плоскостями  $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$  ( $E_+$  и  $E_-$  определяются по формуле (1.14)), поэтому результирующая напряженность

$$E = \sigma / \epsilon_0. \quad (1.15)$$

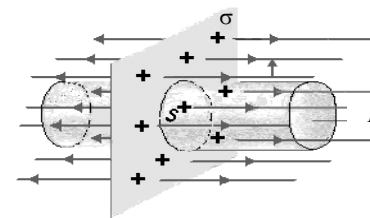


Рис. 1.6

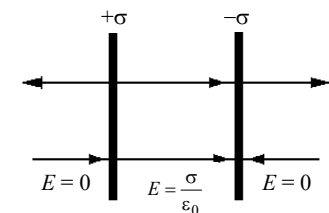


Рис. 1.7

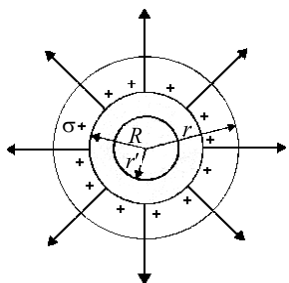


Рис. 1.8

**Поле равномерно заряженной сферической поверхности.** Сферическая поверхность радиуса  $R$  с общим зарядом  $Q$  заряжена равномерно с **поверхностной плотностью**  $+\sigma$ .

Так как заряд равномерно распределен по поверхности, поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией, поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. 1.8).

Выберем сферу радиуса  $r$ , имеющую общий центр с заряженной сферой.

Если  $r > R$ , то внутри поверхности попадает весь заряд  $Q$ , создающий рассматриваемое поле, и по теореме Гаусса (1.13)  $4\pi r^2 E = Q/\epsilon_0$ , откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} (r \geq R). \quad (1.16)$$

При  $r > R$  поле убывает с расстоянием  $r$  по такому же закону, как и для точечного заряда. Если  $r' < R$ , то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, так как они располагаются на поверхности, и напряженность поля  $E = 0$ .

**Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити).**

Бесконечный цилиндр радиуса  $R$  (рис. 1.9) заряжен равномерно

с **линейной плотностью**  $\tau (\tau = \frac{dQ}{dl}$  – заряд, приходящийся на единицу

длины). Линии напряженности направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра. В качестве замкнутой поверхности выберем коаксиальный с заряженным цилиндром радиуса  $r$  и высотой  $l$ . Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность –  $2\pi r l E$ .

По теореме Гаусса (1.13), при  $r > R$   $2\pi r l E = \tau l / \epsilon_0$ , откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} \tau. \quad (r \geq R) \quad (1.17)$$

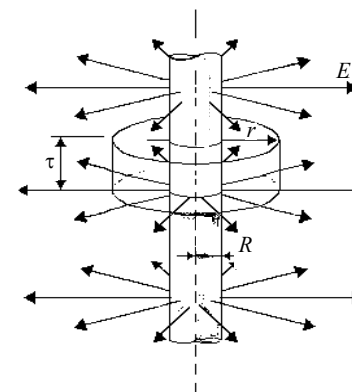


Рис. 1.9

Если  $r < R$ , то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области также  $E = 0$ . Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра определяется выражением (1.17), внутри же его поле отсутствует.

### 1.7. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля в вакууме

Пусть в электростатическом поле точечного заряда  $Q$  из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис. 1.10) перемещается другой точечный заряд  $Q_0$ . Сила, приложенная к заряду, совершает работу.

Работа силы  $\vec{F}$  на элементарном перемещении  $\vec{dl}$

$$dA = \vec{F} \vec{dl} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dl \cos \alpha$$

Так как  $dl \cos \alpha = dr$ , то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

Работа при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) \quad (1.18)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек.

Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы – консервативными.

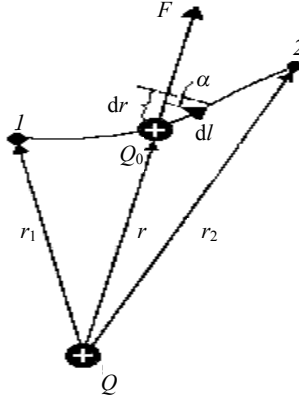


Рис. 1.10

Из формулы (1.18) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути  $L$ , равна нулю, т. е.

$$\oint_L dA = 0. \quad (1.19)$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути  $dl$  равна  $\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_l dl$ , где  $E_l = E \cos \alpha$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения. Тогда формулу (1.19) можно записать в виде

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0. \quad (1.20)$$

Интеграл  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_l dl$  называется **циркуляцией вектора напряженности**. Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Си-

ловое поле, обладающее таким свойством, называется **потенциальным**. Из этого следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность.

Формула (1.20) справедлива только для электростатического поля.

### 1.8. Потенциал электростатического поля в вакууме

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией. Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии, поэтому работу (1.18) сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий  $W$ , которыми обладает точечный заряд  $Q_0$  в начальной и конечной точках поля заряда  $Q$

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = W_1 - W_2. \quad (1.21)$$

Следовательно, потенциальная энергия заряда  $Q_0$  в поле заряда  $Q$

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}. \quad (1.22)$$

Для одноименных зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Отношение  $W/Q_0$  не зависит от  $Q_0$  и является поэтому **энергетической характеристикой электростатического поля**, называемой **потенциалом**

$$\varphi = W/Q_0. \quad (1.23)$$

Из формул (1.22) и (1.23) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $Q$ ,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (1.24)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12} = W_1 - W_2 = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.25)$$

**Разность потенциалов** двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работа сил поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 \vec{E} \vec{dl} \quad (1.26)$$

Приравняв (1.25) и (1.26), получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \vec{dl} = \int_1^2 E_l dl, \quad (1.27)$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории.

Единица потенциала – **вольт** (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл).

Если поле создается несколькими точечными зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}. \quad (1.28)$$

## 1.9. Напряженность как градиент потенциала.

### Эквипотенциальные поверхности

Найдем взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его **силовой характеристикой**, и потенциалом – **энергетической характеристикой поля**.

Работа по перемещению единичного точечного положительного заряда из одной точки в другую вдоль оси  $x$  при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и  $(x_2 - x_1) = dx$  равна  $E_x dx$ . Та же работа равна  $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$ . Приравняв оба выражения, можем записать, что

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad (1.29)$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по  $x$ . Повторив аналогичные рассуждения для осей  $y$  и  $z$ , можем найти вектор  $\vec{E}$

$$\vec{E} = -\left( \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k} \right), \quad (1.30)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы координатных осей  $x, y, z$ .

Отсюда следует, что

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \text{ или } \vec{E} = -\nabla\varphi, \quad (1.31)$$

где  $\nabla$  – векторный дифференциальный оператор.

Следовательно, напряженность  $\vec{E}$  поля равна градиенту потенциала со знаком минус, так как вектор напряженности  $\vec{E}$  поля направлен в сторону убывания потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются **эквипотенциальными поверхностями** – поверхностями, во всех точках которых потенциал  $\varphi$  имеет одно и то же значение.

Если поле создается точечным зарядом, то эквипотенциальные поверхности – концентрические сферы (рис. 1.11). С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда – радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности **перпендикулярны** эквипотенциальным поверхностям.

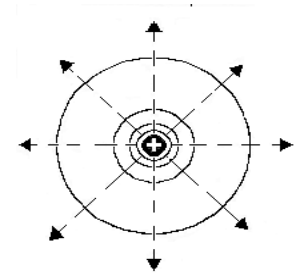


Рис.1.11

## 1.10. Вычисление разности потенциалов по напряженности поля

Связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

**Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости** определяется формулой (1.14)  $E = \sigma/(2\epsilon_0)$ , где  $\sigma$  – поверхностная плотность за-



ряда. Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях  $x_1$  и  $x_2$  от плоскости,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1). \quad (1.32)$$

**Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей** определяется формулой (1.15). Разность потенциалов между плоскостями, расстояние между которыми равно  $d$ ,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \quad (1.33)$$

**Поле равномерно заряженной сферической поверхности** радиуса  $R$  с общим зарядом  $Q$  вне сферы ( $r > R$ ) вычисляется по формуле

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (1.34)$$

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра сферы ( $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ),

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.35)$$

Если принять  $r_1 = r$  и  $r_2 = \infty$ , то потенциал поля вне сферической поверхности

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (1.36)$$

Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}. \quad (1.37)$$

**Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра** радиуса  $R$ , заряженного с линейной плотностью  $\tau$ , вне цилиндра ( $r > R$ )

определяется формулой (1.17):  $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\tau}{r}$ . Следовательно, разность

потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от оси заряженного цилиндра ( $r_1 < R$ ,  $r_2 < R$ ),

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.38)$$

### 1.11. Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике

Диэлектриками называются вещества, практически не проводящие электрического тока. В диэлектриках нет свободных зарядов. При помещении диэлектрика в электрическое поле он поляризуется. Механизм поляризации связан со строением вещества.

Молекулы диэлектрика могут быть полярными и неполярными. У неполярных молекул центры «тяжести» суммарного положительного и отрицательного зарядов совпадают. К таким диэлектрикам относятся, например,  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$  и др. В отсутствие внешнего электрического поля дипольный момент молекулы  $\vec{p}$  равен нулю.

У полярных молекул ( $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $SO_2$ ,  $CO$ ) центры «тяжести» суммарного положительного и отрицательного зарядов не совпадают, поэтому молекулы можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом, определяемым по формуле

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}, \quad (1.39)$$

где  $|Q|$  – величина заряда;  $\vec{l}$  – плечо диполя, вектор, направленный по оси диполя (рис. 1.12) от отрицательного заряда к положительному.

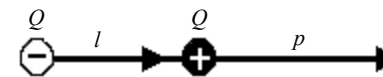


Рис. 1.12

При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлек-

трик поместить в электрическое поле, то силы поля будут стремиться повернуть диполи по направлению поля, что приводит к возникновению отличного от нуля результирующего момента.

Таким образом, **поляризацией** диэлектрика называется процесс ориентации диполей или возникновение ориентированных по полю диполей.

Дипольный момент, возникающий во внешнем электростатическом поле,  $\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$ , где  $\vec{p}_i$  – дипольный момент одной молекулы. Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной – **поляризованностью**, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \vec{p}_V / V = \sum_i \vec{p}_i / V. \quad (1.40)$$

Для большого класса диэлектриков (за исключением сегнетоэлектриков) поляризованность  $\vec{P}$  линейно зависит от напряженности поля  $\vec{E}$ . Если диэлектрик изотропный и не слишком велико, то

$$\vec{P} = x\epsilon_0\vec{E}, \quad (1.41)$$

где  $x$  – **диэлектрическая восприимчивость вещества**, характеризующая свойства диэлектрика;  $x$  – величина безразмерная, притом всегда  $x > 0$ .

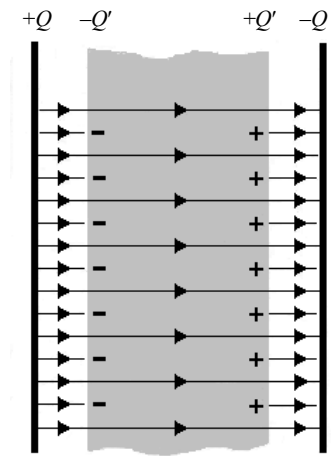


Рис. 1.13

Для установления количественных закономерностей поля в диэлектрике внесем в однородное внешнее электростатическое поле  $E_0$  (создается двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями) пластинку из однородного диэлектрика, расположив ее так, как показано на рис. 1.13.

Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные – против поля. В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенного к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заря-

да с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ , на левой – отрицательного заряда с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ . Эти некомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются **связанными**.

Так как их поверхностная плотность  $\sigma'$  меньше плотности  $\sigma$  свободных зарядов плоскостей, то не все поле  $\vec{E}_0$  компенсируется полем зарядов диэлектрика: часть линий напряженности пройдет сквозь диэлектрик, другая же часть обрывается на связанных зарядах. Следовательно, поляризация диэлектрика вызывает уменьшение в нем поля по сравнению с первоначальным внешним полем. Таким образом, появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля  $\vec{E}'$  (поля, создаваемого **связанными** зарядами), которое направлено против внешнего поля  $\vec{E}_0$  (поля, создаваемого **свободными** зарядами) и ослабляет его. Результирующее поле внутри диэлектрика определяется как

$$E = E_0 - E'. \quad (1.42)$$

Напряженность поля связанных зарядов можно представить согласно формуле (1.15) как поле, созданное двумя бесконечными заряженными плоскостями

$$E' = \sigma' / \epsilon_0.$$

Тогда формула (1.42) примет вид

$$E = E_0 - \sigma' / \epsilon_0. \quad (1.43)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ . По (1.40), полный дипольный момент пластинки диэлектрика  $p_V = PV = PSd$ , где  $S$  – площадь грани пластинки,  $d$  – ее толщина. С другой стороны, полный дипольный момент равен произведению связанного заряда каждой грани  $Q' = \sigma'S$  на расстояние  $d$  между ними, т. е.  $p_V = \sigma'Sd$ . Следовательно,

$$PSd = \sigma'Sd$$

или

$$\sigma' = P, \quad (1.44)$$

т. е. поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности  $P$ .

Подставив в (1.43) выражения (1.41) и (1.44), получим

$$E = E_0 = xE,$$

откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика

$$E = E_0 / (1 + x) = E_0 / \epsilon. \quad (1.45)$$

Безразмерная величина

$$\epsilon = 1 + x \quad (1.46)$$

называется **диэлектрической проницаемостью среды**, которая показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, характеризуя количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

### 1.12. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды: в однородной изотропной среде напряженность поля  $\vec{E}$  обратно пропорциональна  $\epsilon$ . Вектор напряженности  $\vec{E}$ , переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчете электростатических полей, поэтому оказалось необходимым помимо вектора напряженности характеризовать поле еще **вектором электрического смещения**, который для электрически изотропной среды следующий:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon E, \quad (1.47)$$

где  $\vec{E}$  – поле в веществе.

Используя формулы (1.41) и (1.46), вектор электрического смещения можно выразить как

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.48)$$

Единица электрического смещения – кулон на метр в квадрате (Кл/м<sup>2</sup>).

Аналогично, как и поле  $\vec{E}$ , поле  $\vec{D}$  изображается с помощью **линий электрического смещения**, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности (см. подразд. 1.3).

Линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах свободных и связанных, в то время как линии вектора  $\vec{D}$  – только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора  $D$  проходят не прерываясь.

Для произвольной *замкнутой* поверхности  $S$  поток вектора  $\vec{D}$  сквозь эту поверхность определяется как

$$\Phi_0 = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS.$$

Тогда **теорему Гаусса для электростатического поля в диэлектрике** можно представить как

$$\Phi_0 = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (1.49)$$

т. е. поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.

### 1.13. Проводники в электростатическом поле

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль, т. е. напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю:  $\vec{E} = 0$ .

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ( $\varphi = \text{const}$ ), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является эквипотенциальной. Отсюда же следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности.

Если проводнику сообщить некоторый заряд  $Q$ , то некомпенсированные заряды располагаются **только на поверхности** проводника.

Связь между напряженностью  $E$  поля вблизи поверхности заряженного проводника и поверхностной плотностью  $s$  зарядов на его поверхности имеет вид

$$E = \sigma / (\epsilon_0 \epsilon), \quad (1.50)$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные – по полю, отрицательные – против поля (рис. 1.14, а). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом – избыток отрицательного. Эти заряды называются **индуцированными**. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными к его поверхности (рис. 1.14, б).

Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**.

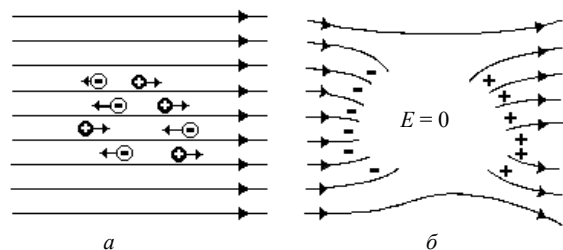


Рис. 1.14

### 1.14. Электрическая емкость уединенного проводника

Рассмотрим **уединенный проводник**, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, принимают различные потенциалы, поэтому для уединенного проводника можно записать, что

$$Q = C\varphi, \quad (1.51)$$

где  $C$  – емкость проводника.

Величина емкости проводника определяется по формуле

$$C = Q/\varphi. \quad (1.52)$$

Емкость уединенного проводника определяется зарядом, при переносе которого на проводник его потенциал изменяется на единицу.

Емкость проводника зависит от формы, размеров проводника и диэлектрических свойств окружающей среды.

Единица электроемкости – фарад (Ф): 1 Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл.

Потенциал уединенного шара радиусом  $R$ , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon R}.$$

Используя формулу (1.52), получим, что емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (1.53)$$

Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус  $R = C/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^6$  км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли  $C \approx 0,7$  мФ). Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы: миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ).

### 1.15. Конденсаторы

Устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью, получили название конденсаторов. В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские, цилиндрические, сферические**.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами. Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда  $Q$ , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между его обкладками:

$$C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.54)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью  $S$  каждая, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга и имеющих заряды  $+Q$  и  $-Q$ . Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Напряженность поля между пластинами

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}.$$

При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / (\epsilon \epsilon_0), \quad (1.55)$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость. Тогда, заменяя  $Q = \sigma S$ , получим выражение для емкости плоского конденсатора

$$C = \epsilon \epsilon_0 S / d. \quad (1.56)$$

Для определения емкости цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых *коаксиальных* цилиндров с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками. Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью  $\tau = Q/l$  ( $l$  – длина обкладок). С учетом наличия диэлектрика между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.57)$$

Подставив (1.57) в (1.54), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора

$$C = 2\pi\epsilon_0 \epsilon l / \ln(r_2 / r_1). \quad (1.58)$$

Для определения емкости сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика, используем формулу для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ) от центра заряженной сферической поверхности. С учетом наличия диэлектрика между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.59)$$

Подставив (1.59) в (1.54), получим

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (1.60)$$

Если  $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ , то  $r_2 \approx r_1 \approx r$  и  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2 / d$ . Так как  $4\pi r^2$  – площадь сферической обкладки, то получаем формулу (1.56). Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединение.

**Параллельное соединение конденсаторов** (рис. 1.15). У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна  $\varphi_A - \varphi_B$ . Если емкости отдельных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , то согласно (1.54) их заряды следующие:

$$Q_1 = C_1(\varphi_A - \varphi_B),$$

$$Q_2 = C_2(\varphi_A - \varphi_B),$$

.....

$$Q_n = C_n(\varphi_A - \varphi_B),$$

а заряд батареи конденсаторов

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)(\varphi_A - \varphi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C_1 = Q / (\varphi_A - \varphi_B) = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i,$$

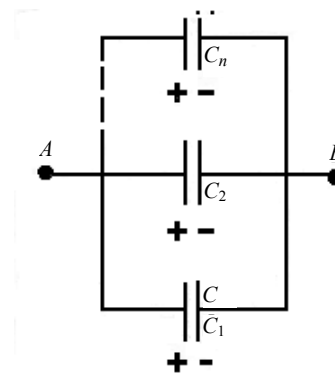


Рис. 1.15

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

**Последовательное соединение конденсаторов** (рис. 1.16). У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов

$$\Delta\varphi_i = Q / C_i.$$

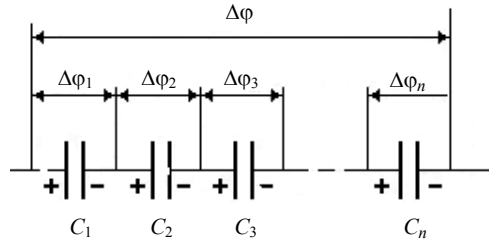


Рис. 1.16

С другой стороны,

$$\Delta\varphi = Q / C = Q \sum_{i=1}^n (1 / C_i),$$

откуда

$$1 / C = \sum_{i=1}^n (1 / C_i),$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость  $C$  всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

### 1.16. Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля

**Энергия системы неподвижных точечных зарядов.** Электростатические силы взаимодействия консервативны, следовательно, система

зарядов обладает потенциальной энергией. Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого заряда обладает потенциальной энергией

$$W_1 = Q_1\varphi_{12}, \quad W_2 = Q_2\varphi_{21},$$

где  $\varphi_{12}$  и  $\varphi_{21}$  – соответственно потенциалы, создаваемые зарядом  $Q_2$  в точке нахождения заряда  $Q_1$  и зарядом  $Q_1$  в точке нахождения заряда  $Q_2$ . Согласно (1.24)

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{Q_2}{r} \quad \text{и} \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{Q_1}{r},$$

поэтому

$$W_1 = W_2 = W$$

и

$$W = Q_1\varphi_{12} = Q_2\varphi_{21} = 1/2(Q_1\varphi_{12} + Q_2\varphi_{21}).$$

Добавляя к системе из двух зарядов последовательно заряды  $Q_3, Q_4, \dots$ , можно убедиться в том, что в случае и неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = 1/2 \sum_{i=1}^n Q_i\varphi_i, \quad (1.61)$$

где  $\varphi_i$  – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд  $Q_i$ , всеми зарядами, кроме  $i$ -го.

**Энергия заряженного уединенного проводника.** Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны  $Q, C, \varphi$ . Увеличим заряд этого проводника на  $dQ$ . Для этого необходимо перенести заряд  $dQ$  из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до  $\varphi$ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2 / 2. \quad (1.62)$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник

$$W = C\varphi^2 / 2 = Q\varphi / 2 = Q^2 / (2C). \quad (1.63)$$

**Энергия заряженного конденсатора.** Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией

$$W = C(\Delta\varphi)^2 / 2 = Q\Delta\varphi / 2 = Q^2 / (2C), \quad (1.64)$$

где  $Q$  – заряд конденсатора;  $C$  – его емкость;  $\Delta\varphi$  – разность потенциалов между обкладками.

**Энергия электростатического поля.** Преобразуем формулу (1.64), воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ( $C = \epsilon_0 \epsilon S / d$ ) и разности потенциалов между его обкладками ( $\Delta\varphi = Ed$ ). Тогда получим

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V, \quad (1.65)$$

где  $V = Sd$  – объем конденсатора. Формула (1.65) показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, – *напряженность  $E$* .

**Объемная плотность** энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$\omega = W / V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED / 2. \quad (1.66)$$

Выражение (1.54) справедливо только для *изотропного диэлектрика*, для которого  $P = \chi \epsilon_0 E$ .

## 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

### 2.1. Электрический ток. Сила и плотность тока

*Электрическим током* называется всякое упорядоченное движение электрических зарядов. Электрический ток, возникающий в проводящих средах в результате упорядоченного движения свободных зарядов под действием электрического поля, созданного в этих средах, называется *током проводимости*. Примерами токов проводимости являются ток в металлах, связанный с упорядоченным движением «свободных»

электронов, ток в электролитах, представляющий собой упорядоченное перемещение ионов противоположных знаков.

За направление тока принимают движение положительных электрических зарядов. Однако в действительности в металлических проводниках ток осуществляется упорядоченным движением электронов, которые движутся в направлении, противоположном направлению тока.

*Силой тока  $I$*  называется скалярная физическая величина, равная отношению заряда  $dq$ , переносимого сквозь рассматриваемую поверхность (в случае тока проводимости – через поперечное сечение проводника) за малый промежуток времени, к величине  $dt$  этого промежутка

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (2.1)$$

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}, \quad (2.2)$$

где  $q$  – электрический заряд, переносимый через рассматриваемую поверхность за конечный промежуток времени от 0 до  $t$ .

*Вектор плотности тока  $\vec{j}$*  численно равен отношению силы тока  $dI$  через малый элемент поверхности, нормальный к направлению движения заряженных частиц, к величине  $dS_{\perp}$  площади этого элемента

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (2.3)$$

Вектор  $\vec{j}$  совпадает по направлению с движением положительно заряженных носителей тока. Зная плотность тока, силу тока через произвольную поверхность  $S$  определяют как

$$I = \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S} = \int_{(S)} j_n dS, \quad (2.4)$$

где  $j_n = j \cos \alpha$  – проекция вектора  $j$  на направление нормали  $\vec{n}$  к элементу поверхности, а интегрирование проводится по всей площади поверхности  $S$ .

Плотность постоянного тока одинакова по всему поперечному сечению  $S$  однородного проводника. Для такого тока

$$I = jS. \quad (2.5)$$

## 2.2. Основы классической электронной теории электропроводности металлов

Высокая электропроводность металлов связана с тем, что в металлах имеется большое количество носителей тока – *электронов проводимости*, образовавшихся из валентных электронов атомов металла, которые не принадлежат определенному атому, а являются *коллективизированными (обобществленными) электронами*. В классической электронной теории Друде – Лоренца эти электроны рассматриваются как электронный газ, обладающий свойствами одноатомного идеального газа.

Концентрация электронов проводимости в одновалентном металле равна концентрации его атомов:  $n_0 = N_A \rho / A$ , где  $N_A$  – постоянная Авогадро,  $A$  – атомная масса металла,  $\rho$  – его плотность. По порядку величины  $n_0 \sim (10^{28} - 10^{29}) \text{ м}^{-3}$ .

В отсутствие электрического поля внутри металла электроны проводимости движутся хаотически и сталкиваются с ионами кристаллической решетки металла.

Средняя кинетическая энергия теплового хаотического движения электронов

$$\frac{m u_{\text{КВ}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

где  $m$  – масса электрона,  $u_{\text{КВ}}$  – средняя квадратичная скорость электронов.

При температуре  $T = 273 \text{ К}$  скорость  $u_{\text{КВ}} = 10^5 \text{ м/с}$ .

Электрический ток в металле возникает под действием внешнего электрического поля, которое вызывает упорядоченное движение (дрейф) электронов. Плотность тока  $\vec{j}$  равна заряду всех электронов, проходящих за единицу времени через единицу площади поперечного сечения проводника:

$$\vec{j} = -n_0 e \langle \vec{v} \rangle, \quad (2.6)$$

где  $n_0$  – концентрация электронов проводимости;  $e$  – абсолютная величина заряда электрона;  $\langle v \rangle$  – средняя скорость дрейфа электронов под действием внешнего электрического поля. При самых больших плотностях тока  $|\langle v \rangle| \leq 10^{-4} \text{ м/с}$ , т. е. скорость дрейфа электронов ничтожно мала по сравнению со средней скоростью их теплового движения.

**Закон Ома для плотности тока (закон Ома в дифференциальной форме):** плотность тока проводимости пропорциональна напряженности  $\vec{E}$  электрического поля в проводнике и совпадает с ней по направлению, т. е.

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}. \quad (2.7)$$

Коэффициент пропорциональности  $\gamma$  называется *удельной электрической проводимостью* среды (*удельной электропроводностью*), а величина  $\rho = 1/\gamma$  называется *удельным электрическим сопротивлением* среды.

Этот закон выводится в классической электронной теории электропроводности металлов при следующих двух предположениях:

а) концентрация  $n_0$  электронов проводимости не зависит от напряженности электрического поля в проводнике;

б) средняя скорость упорядоченного движения электронов проводимости, приобретаемая ими на длине свободного пробега под действием электрического поля, во много раз меньше средней скорости  $\langle u \rangle$  их теплового движения, т. е.  $eE \langle \lambda \rangle \ll kT$ , где  $e$  – абсолютная величина заряда электрона;  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега электронов проводимости;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура.

Согласно классической электронной теории

$$\gamma = \frac{n_0 e^2 \langle \lambda \rangle}{2 m \langle u \rangle} \quad (2.8)$$

и

$$\rho = \frac{2 m \langle u \rangle}{n_0 e^2 \langle \lambda \rangle}, \quad (2.9)$$

где  $m$  – масса электрона.

Проходя расстояние, равное длине свободного пробега, электрон приобретает под действием поля скорость упорядоченного движения, равную  $v_{\text{макс}}$ . При соударении с ионом электрон теряет скорость, и энергия упорядоченного движения электрона преобразуется во внутреннюю энергию проводника, который нагревается при прохождении по нему электрического тока.



Объемной плотностью тепловой мощности тока называется величина  $w$ , численно равная энергии, которая выделяется в единице объема проводника за единицу времени.

**Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:** объемная плотность тепловой мощности тока равна скалярному произведению векторов плотности тока и напряженности электрического поля:

$$w = \vec{j}\vec{E} = \gamma E^2 = \frac{1}{\rho} E^2. \quad (2.10)$$

**Закон Видемана – Франца:** для всех металлов отношение коэффициента теплопроводности  $K$  к удельной электрической проводимости  $\gamma$  прямо пропорционально термодинамической температуре  $T$ :

$$\frac{K}{\gamma} = 3 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T, \quad (2.11)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $e$  – элементарный заряд.

**Недостатки классической электронной теории** электропроводности металлов:

а) невозможность объяснить экспериментально наблюдаемую в широком интервале температур линейную зависимость между удельным сопротивлением  $\gamma$  и термодинамической температурой  $\rho \sim T$ ;

б) неправильное значение молярной теплоемкости металлов. Она должна быть равна согласно этой теории  $9R/2$  ( $R$  – универсальная газовая постоянная) и складываться из теплоемкости ионной кристаллической решетки ( $3R$ ) и теплоемкости одноатомного электронного газа ( $3R/2$ ). Однако из опытного закона Дюлонга и Пти известно, что молярная теплоемкость металлов мало отличается от теплоемкости кристаллических диэлектриков и приблизительно равна  $3R$ . Объяснить это расхождение теории с экспериментом классическая физика не может;

в) экспериментальные значения удельного сопротивления  $\rho$  и теоретические значения средней арифметической скорости электронов приводят по формуле (2.9) к величине средней длины свободного пробега электрона  $\langle \lambda \rangle$ , на два порядка превышающей период кристаллической решетки металла. Это противоречит предположениям классической электронной теории электропроводности металлов.

### 2.3. Сторонние силы. Законы Ома и Джоуля – Ленца

Силы кулоновского взаимодействия зарядов вызывают такое перераспределение носителей тока в проводнике, при котором потенциалы во всех его точках выравниваются, и напряженность электрического поля в проводнике становится равной нулю. Следовательно, одно только электростатическое поле не может быть причиной существования постоянного тока проводимости, т. е. стационарного процесса упорядоченного движения носителей тока в электрической цепи. Для поддержания в цепи постоянного тока проводимости нужно, чтобы на носители тока действовали не только кулоновские силы, но также еще и иные, неэлектростатические, силы, называемые *сторонними силами*.

Сторонние силы действуют на носители тока внутри источников электрической энергии (электрических генераторов аккумуляторов и т. д.). Под действием сторонних сил носители тока движутся внутри источника электрической энергии против сил электростатического поля, так что на концах внешней части цепи поддерживается постоянная разность потенциалов. Сторонние силы, перемещая носители тока, совершают работу. Например, в генераторе работа сторонних сил совершается за счет механической энергии, затрачиваемой на вращение ротора.

В произвольной точке участка цепи, содержащего источник электрической энергии, существуют электростатическое поле кулоновских сил с напряженностью  $\vec{E}_{\text{кул}}$  и поле сторонних сил с напряженностью  $\vec{E}_{\text{стор}} = \vec{F}_{\text{стор}} / q$ , где  $q$  – заряд носителя тока, на который действует сторонняя сила  $\vec{F}_{\text{стор}}$ . Напряженность результирующего поля  $\vec{E} = \vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}$ . По закону Ома (2.7) плотность тока

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}). \quad (2.12)$$

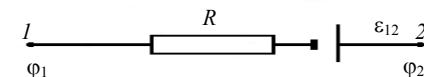


Рис. 2.1

Для участка цепи между точками (сечениями)  $1$  и  $2$  (рис. 2.1) с учетом (2.4)

$$I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}, \quad (2.13)$$

где  $d\vec{l}$  – вектор, равный по модулю длине  $dl$  малого участка цепи и направленный по касательной к проводнику в ту сторону, что и вектор плотности тока;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника;  $I = jS$  – сила тока.

Интеграл  $\int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{l}$  численно равен работе, которую совершают

кулоновские силы при перемещении единичного положительного заряда из точки  $1$  в точку  $2$ :

$$\int_1^2 \vec{E}_{\text{кул}} d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.14)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы в точках  $1$  и  $2$  проводника. *Электродвижущей силой* (ЭДС), действующей на участке цепи  $1-2$ , называется интеграл

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}. \quad (2.15)$$

Электродвижущая сила  $\varepsilon_{12}$  численно равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении по проводнику единичного положительного заряда из точки  $1$  в точку  $2$ . Работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике, поэтому  $\varepsilon_{12}$  называется электродвижущей силой источника электрической энергии, включенного на участке цепи  $1-2$ .

*Напряжением*  $U_{12}$  на участке цепи  $1-2$  называется физическая величина, численно равная работе, совершаемой результирующим полем кулоновских и сторонних сил при перемещении вдоль цепи из точки  $1$  в точку  $2$  единичного положительного заряда:

$$U_{12} = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}) d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

или

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}. \quad (2.16)$$

Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в том случае, если на участке нет ЭДС, т. е. не действуют сторонние силы.

*Сопротивлением*  $R_{12}$  участка цепи между сечениями  $1$  и  $2$  называется интеграл

$$R_{12} = \int_1^2 \rho \frac{dl}{S}. \quad (2.17)$$

Для однородного проводника постоянного сечения  $\rho = \text{const}$ ,  $S = \text{const}$  и

$$R_{12} = \rho \frac{l_{12}}{S}, \quad (2.18)$$

где  $l_{12}$  – длина проводника между сечениями  $1$  и  $2$ .

*Обобщенный закон Ома* для произвольного участка цепи:

$$IR_{12} = U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}. \quad (2.19)$$

Произведение силы тока на сопротивление участка цепи равно сумме падения потенциала на этом участке и ЭДС всех источников электрической энергии, включенных на данном участке цепи.

В неразветвленной замкнутой электрической цепи сила *тока во* всех сечениях одинакова (рис. 2.2),  $\varphi_1 = \varphi_2$  и  $R_{12} = R$  – общее сопротивление всей цепи.

Закон Ома для замкнутой цепи с источником имеет вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (2.20)$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника;  $r$  – внутреннее сопротивление.

Разность потенциалов на клеммах источника равна напряжению на внешней части цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = RI = \varepsilon = Ir.$$

Если цепь разомкнута, то тока в ней нет ( $I = 0$ ), а разность потенциалов на клеммах источников равна его ЭДС:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon.$$

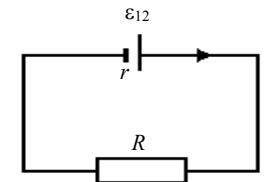


Рис. 2.2

При прохождении электрического тока по проводникам они нагреваются. *Согласно закону Джоуля – Ленца* количество теплоты  $\delta Q$ , выделяющейся в проводнике за малое время  $dt$ , пропорционально квадрату силы тока  $I$ , электрическому сопротивлению  $R$  проводника и промежутку времени  $dt$ :

$$\delta Q = I^2 R dt = IU dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Интегрируя это выражение, получаем

$$Q = \int_0^t I^2 R dt = I^2 R t. \quad (2.21)$$

### 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

#### 3.1. Магнитное поле и его характеристики

В пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое *магнитным*.

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует *только на движущиеся* в этом поле электрические заряды. Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется *замкнутый плоский контур с током (рамка с током)*, размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

Важной характеристикой плоского контура с током является магнитный момент  $\vec{p}_M$

$$\vec{p}_M = J \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (3.1)$$

где  $J$  – сила тока;  $S$  – площадь поверхности контура.

Направление магнитного момента  $\vec{p}_M$  определяется правилом буравчика: если направление тока в контуре совпадает с направлением вращения головки винта, то поступательное движение винта совпадает с направлением  $p_M$  (рис. 3.1). В магнитном поле контур с током поворачи-

вается так, что магнитный момент  $\vec{p}_M$  совпадает с направлением вектора  $\vec{B}$ .

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует вращающий момент сил

$$\vec{M} = [\vec{p}_M \vec{B}], \quad (3.2)$$

где  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции, являющейся количественной характеристикой магнитного поля;  $\vec{p}_M$  – вектор магнитного момента рамки с током.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение  $M_{\max} / p_M$  ( $M_{\max}$  – максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = M_{\max} / p_M. \quad (3.3)$$

**Магнитная индукция** в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. В Международной системе единиц [СИ] индукция измеряется в теслах [Тл].

Так как магнитное поле является *силовым*, то его по аналогии с электрическим изображают с помощью *линий магнитной индукции* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми (начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных

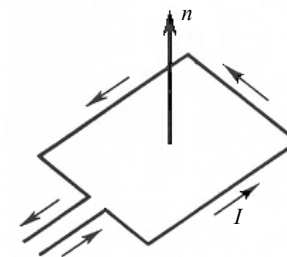


Рис. 3.1

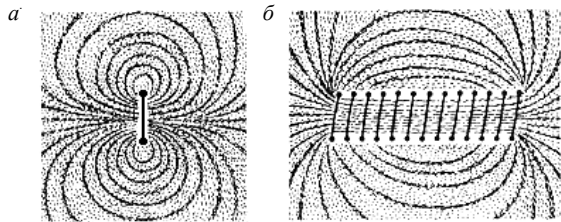


Рис. 3.2

На рис. 3.2, *a* показаны линии магнитной индукции поля кругового тока, на рис. 3.2, *б* – линии магнитной индукции поля соленоида (соленоид – равномерно намотанная на цилиндрическую поверхность проводочная спираль, по которой течет электрический ток).

На рис. 3.3 изображены линии магнитной индукции полосового магнита; они выходят из северного полюса и входят в южный. Внутри полосовых магнитов имеется магнитное поле, аналогичное полю внутри соленоида, и линии магнитной индукции этого магнитного поля являются продолжением линий магнитной индукции вне магнита. Таким образом, линии магнитной индукции магнитного поля постоянных магнитов являются также замкнутыми.

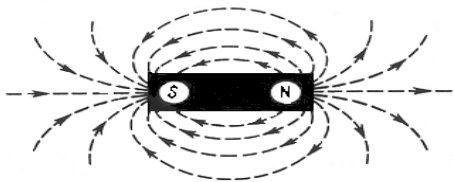


Рис. 3.3

Помимо макроскопических токов, текущих в проводниках, согласно предположению французского физика А. Ампера (1775–1836) в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле. Вектор магнитной ин-

дукции  $\vec{B}$  характеризует *резльтирующее* магнитное поле, создаваемое всеми *макро- и микротоками*, т. е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор  $\vec{B}$  в *различных* средах будет иметь *разные* значения.

Магнитное поле *макротоков* описывается **вектором напряженности  $\vec{H}$** . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (3.4)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\mu$  – безразмерная величина – **магнитная проницаемость среды**, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков  $H$  усиливается за счет поля микротоков среды. Размерность

$$\vec{H} \text{ в системе СИ } \left[ \frac{\text{А}}{\text{м}} \right], \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [Гн/м]}.$$

Сравнивая векторные характеристики электростатического ( $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ ) и магнитного ( $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ ) полей, видим, что аналогом вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , так как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения  $\vec{D}$  является вектор напряженности магнитного поля.

### 3.2. Закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету магнитного поля

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био (1774–1862) и Ф. Саваром (1791–1841). Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом.

**Закон Био – Савара – Лапласа** для проводника с током  $I$ , элемент которого  $dl$  создает в некоторой точке  $A$  (рис. 3.4) индукцию поля  $d\vec{B}$ , записывается в виде

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^2}, \quad (3.5)$$

где  $\vec{dl}$  – вектор, по модулю равный длине  $dl$  элемента проводника и совпадающий по направлению с током;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из элемента  $dl$  проводника в точку  $A$  поля;  $r$  – модуль радиуса-вектора  $\vec{r}$ . Направление  $d\vec{B}$  перпендикулярно  $dl$  и  $r$ , т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения головки винта дает направление  $\vec{dB}$ , если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

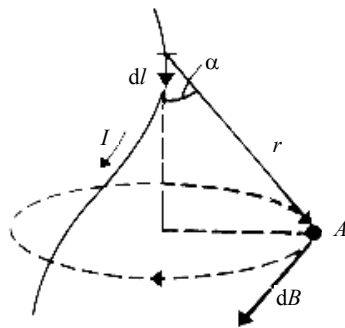


Рис. 3.4

Модуль вектора определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{4 \pi r^2}, \quad (3.6)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{dl}$  и  $\vec{r}$ .

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций отдельных полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (3.7)$$

Расчет характеристик магнитного поля ( $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ ) по приведенным формулам в общем случае довольно сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био – Савара – Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет довольно просто рассчитать конкретные поля. Далее приведены два примера.

### Магнитное поле прямого тока.

Рассмотрим магнитное поле тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 3.5). В произвольной точке  $A$ , удаленной от оси проводника на расстояние  $R$ , векторы  $d\vec{B}$  от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»), поэтому сложение векторов  $d\vec{B}$  можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол  $\alpha$  (угол между векторами  $dl$  и  $r$ ), выразив через него все остальные величины.

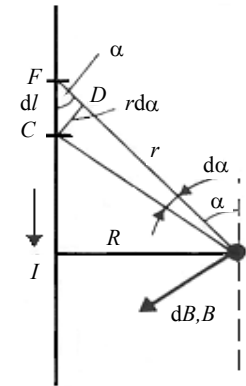


Рис. 3.5

Из рис. 3.5 следует, что

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

(радиус дуги  $CD$  вследствие малости  $dl$  равен  $r$ , и угол  $FDC$  по этой же причине можно считать прямым). Подставив эти выражения в (3.6), получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника,

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4 \pi R} \sin \alpha d\alpha. \quad (3.8)$$

Так как угол  $\alpha$  для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от  $0$  до  $\pi$ , то

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4 \pi R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4 \pi R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4 \pi R}. \quad (3.9)$$

**Магнитное поле в центре кругового проводника с током.** Как следует из рис. 3.6, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитное поле одинакового направления – вдоль нормали от витка, поэтому сложение векторов  $\vec{dB}$  можно заменить сложением их модулей.

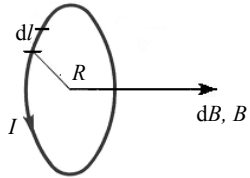


Рис. 3.6

Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ( $\sin \alpha = 1$ ) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно  $R$ , то согласно (3.6)

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} dl. \quad (3.10)$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}, \quad (3.11)$$

где  $R$  – радиус кругового тока.

### 3.3. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов

Ампер установил, что сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент проводника  $d\vec{l}$  с током, находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока  $I$  в проводнике и векторному произведению элемента длиной  $dl$  проводника на магнитную индукцию:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (3.12)$$

Направление вектора  $d\vec{F}$  может быть найдено по общим правилам векторного произведения, откуда следует **правило левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор  $\vec{B}$ , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

Модуль силы Ампера вычисляется по формуле

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (3.13)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов.

### 3.4. Действие магнитного поля на движущийся заряд

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд  $Q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ , называется **силой Лоренца** и выражается формулой

$$\vec{F} = Q[\vec{v}\vec{B}], \quad (3.14)$$

где  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется с помощью **правила левой руки**: если ладонь левой руки расположить так,

чтобы в нее входил вектор  $\vec{B}$ , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора  $\vec{v}$ , то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (рис. 3.7).

Модуль силы Лоренца

$$F = QvB \sin \alpha, \quad (3.15)$$

где  $\alpha$  – угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$  действует и электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ , то результирующая сила  $\vec{F}$ , приложенная к заряду, равна векторной сумме сил: силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

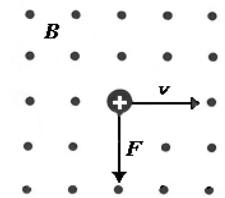


Рис. 3.7

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (3.16)$$

Это выражение называется **формулой Лоренца**. Скорость  $\vec{v}$  в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$  вдоль линий магнитной индукции, то угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  равен 0 или  $\pi$ . Тогда по формуле (3.15) сила Лоренца равна нулю, т. е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ , перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ , то сила Лоренца постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус  $r$  которой определяется из условия

$$QvB = mv^2 / r,$$

откуда

$$r = \frac{m v}{Q B}. \quad (3.17)$$

Период вращения частицы, т. е. время  $T$  одного полного оборота,

$$T = 2\pi r / v.$$

Подставив сюда выражение (3.17), получим

$$T = \frac{2\pi m}{B Q}, \quad (3.18)$$

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду ( $Q/m$ ) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при  $v \ll c$ ). На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость  $\vec{v}$  заряженной частицы направлена под углом  $\alpha$  к вектору  $B$  (рис. 3.8), то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью  $v_{\phi} = v \cos \alpha$ ; 2) равномерного движения со скоростью  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус

окружности определяется формулой (3.17) (в данном случае надо заменить  $v$  на  $v_{\perp} = v \sin \alpha$ ). В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (см. рис. 3.8). Шаг винтовой линии

$$h = v_{\phi} T = v T \cos \alpha.$$

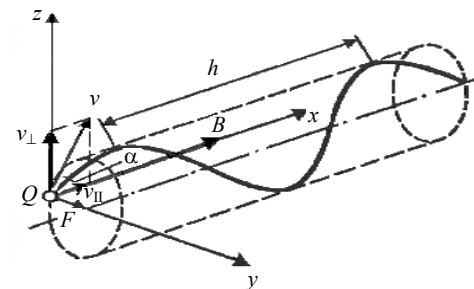


Рис. 3.8

Подставив в последнее выражение (3.8), получим

$$h = 2\pi m v \cos \alpha / (BQ). \quad (3.19)$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

Если скорость  $\vec{v}$  заряженной частицы составляет угол  $\alpha$  с направлением вектора  $\vec{B}$  *неоднородного* магнитного поля, индукция которого возрастает в направлении движения частицы, то  $r$  и  $h$  уменьшаются с ростом  $B$ . На этом основана фокусировка заряженных частиц в магнитном поле.

### 3.5. Эффект Холла

Эффект Холла (1879) – это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью  $\vec{j}$ , помещенном в магнитное поле  $\vec{B}$ , электрического поля в направлении, перпендикулярном  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$ .

Поместим металлическую пластинку с током плотностью  $\vec{j}$  в магнитное поле  $\vec{B}$ , перпендикулярное  $\vec{j}$  (рис. 3.9). При данном

направлении скорость носителей тока в металле – электронов – направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца,

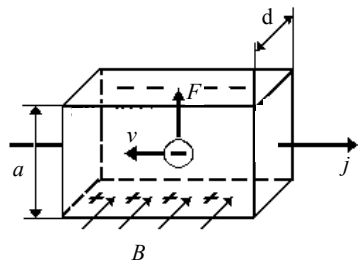


Рис.3.9

которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего – их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу

вверх. Когда напряженность  $E_B$  этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравнивать силу Лоренца, установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_B = e\Delta\phi / a = evB, \text{ или } \Delta\phi = vBa,$$

где  $a$  – ширина пластинки,  $\Delta\phi$  – поперечная (холловская) разность потенциалов.

Учитывая, что сила тока  $I = jS = nevS$  ( $S$  – площадь поперечного сечения пластинки толщиной  $d$ ;  $n$  – концентрация электронов;  $v$  – средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\phi = \frac{I}{nev} Ba = \frac{IB}{end} = R \frac{B}{d}, \quad (3.20)$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции  $B$ , силе тока  $I$  и обратно пропорциональна толщине пластинки  $d$ .

В формуле (3.20)  $R = I/[en]$  – постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей); 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда  $e$  носителей тока. Эффект Холла поэтому – наиболее эффективный метод изучения энергетического спектра носителей тока в металлах и полупроводниках. Он применяется также для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчики Холла) и т. д.

### 3.6. Циркуляция вектора $\vec{B}$ для магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. **Циркуляцией вектора  $\vec{B}$**  по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l d\vec{l},$$

где  $d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l = \cos \alpha$  – составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода);  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ .

**Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):** циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L B d\vec{l} = \oint_L B_l d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (3.21)$$

где  $n$  – число проводников с токами, охватываемых контуром  $L$  произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 3.10,

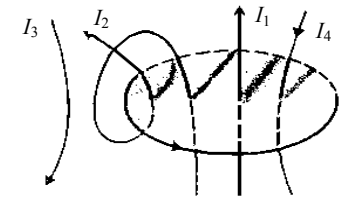


Рис. 3.10

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4. \quad (3.22)$$



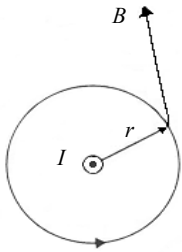


Рис.3.11

Выражение (3.21) справедливо только для поля в вакууме, поскольку, как будет показано далее, для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

Продemonстрируем справедливость теоремы о циркуляции вектора  $\vec{B}$  на примере магнитного поля прямого тока  $I$ , перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к нам (рис. 3.11).

Представим себе замкнутый контур в виде окружности радиусом  $r$ . В каждой точке этого контура

вектор  $\vec{B}$  одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности (она является и линией магнитной индукции). Следовательно, циркуляция вектора  $\vec{B}$

$$\oint_L B_l dl = \int_L B dl = B \int_L dl = B \cdot 2\pi r.$$

Согласно выражению (3.21),

$$\mu_0 J = B \cdot 2\pi r,$$

откуда

$$B = \mu_0 I / (2\pi r). \quad (3.23)$$

Сравнивая выражения (1.21) и (3.21) для циркуляции векторов  $E$  и  $\vec{B}$ , видим, что между ними существует принципиальное различие. Циркуляция вектора  $\vec{E}$  электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является потенциальным. Циркуляция вектора магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется вихревым.

Теорема о циркуляции вектора имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био – Савара – Лапласа.

### 3.7. Магнитное поле соленоида и тороида

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной  $l$ , имеющий  $N$  витков, по которому течет ток (рис. 3.12). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый соле-

ноид бесконечно длинный. Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида (рис. 3.12, б) показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида – неоднородным и очень слабым.

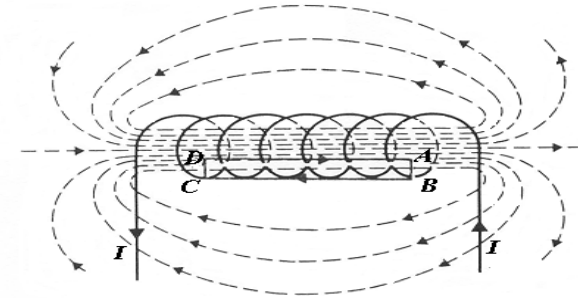


Рис. 3.12

На рис. 3.12 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его, поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь.

Для нахождения магнитной индукции  $B$  выберем замкнутый прямоугольный контур  $ABCD$ , как показано на рис. 3.12. Циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $ABCD$ , охватывающему все  $N$  витков, согласно (3.21)

$$\int_{ABCD} B_l dl = \mu_0 NI.$$

Интеграл по  $ABCD$  можно представить в виде четырех интегралов: по  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$ . На участках  $AB$  и  $CD$  контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и  $B_l = 0$ . На участке вне соленоида  $B = 0$ . На участке  $DA$  циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна  $Bl$  (контур совпадает с линией магнитной индукции); следовательно,

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI. \quad (3.24)$$

Из (3.24) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \mu_0 NI / l, \quad (3.25)$$

где  $I$  – сила тока.

Получили, что поле внутри соленоида *однородно* (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают).

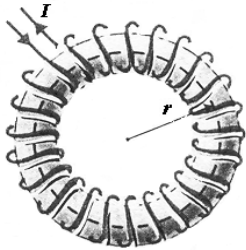


Рис. 3.13

Для практики также интересен расчет магнитного поля **тороида** – кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 3.13). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне его поле отсутствует.

Линии магнитной индукции в данном случае есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиусом  $r$ .

Тогда по теореме о циркуляции (3.21)

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI,$$

откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме)

$$B = \mu_0 NI(2\pi r), \quad (3.26)$$

где  $N$  – число витков тороида.

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и  $B \cdot 2\pi r = 0$ . Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

### 3.8. Поток вектора магнитной индукции.

#### Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$

**Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком)** через площадку  $dS$  называется *скалярная* физическая величина

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS, \quad (3.27)$$

где  $B_n = B \cos \alpha$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке  $dS$  ( $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$ );  $d\vec{S} = dS\vec{n}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$

к площадке. Поток вектора  $\vec{B}$  может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака  $\cos \alpha$ .

Поток вектора магнитной индукции  $\Phi_B$  через произвольную поверхность  $S$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n dS. \quad (3.28)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору  $\vec{B}$ ,  $B_n = B = \text{const}$  и  $\Phi_B = BS$ . Единица магнитного потока – **вебер** (Вб). Это магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью  $1 \text{ м}^2$ , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна  $1 \text{ Тл}$ , равен  $1 \text{ Вб}$  ( $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$ ).

**Теорема Гаусса для поля  $B$** : поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3.29)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, для потоков векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях получаются различные выражения.

В качестве примера рассчитаем поток вектора  $\vec{B}$  через соленоид. Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью  $\mu$  согласно (3.25)

$$B = \mu_0 \mu NI / l.$$

Магнитный поток через один виток соленоида площадью  $S$

$$\Phi_1 = BS,$$

а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида и называемый **потокосцеплением**,

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S. \quad (3.30)$$

### 3.9. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки – рис. 3.14), то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

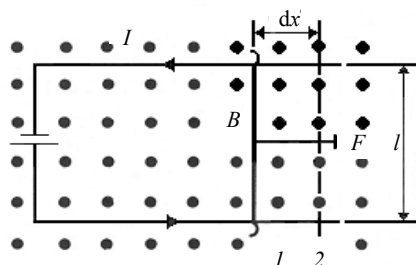


Рис. 3.14

Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной  $l$  с током  $I$  (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. При указанных на рис. 3.14 направлениях тока и поля сила

$$F = IBl.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок  $dx$  из положения 1 в положение 2. Работа по перемещению проводника

$$dA = Fdx = IBl dx = IB dS = Id\Phi,$$

так как  $(l \cdot dx) = dS / dx = dS$  – площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле;  $B \cdot dS = d\Phi$  – поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \quad (3.31)$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, *пересеченный движущимся*

проводником. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора  $\vec{B}$ .

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром*. Формула

$$A = I\Delta\Phi \quad (3.32)$$

остаётся справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

## 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### 4.1. Явление электромагнитной индукции.

#### Закон Фарадея и его вывод из закона сохранения энергии

В разд. 3 было показано, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит *от способа изменения потока магнитной индукции*, а определяется лишь *скоростью его изменения*.

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции.

#### Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.1)$$

Знак минус показывает, что *увеличение потока*  $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$  *вызывает*

э. д. с.  $\varepsilon_i < 0$ , т. е. магнитное поле индукционного тока направлено

навстречу потоку; *уменьшение потока*  $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$  *вызывает* т. е.

направления потока и поля индукционного тока совпадают. Знак минус в формуле (4.1) является математическим выражением правила Ленца общего правила для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

**Правило Ленца:** индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток. Закон Фарадея может быть непосредственно получен из закона сохранения энергии, как это впервые сделал Г. Гельмгольц. Рассмотрим проводник с током  $I$ , который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться (рис. 4.1).

Под действием силы Ампера  $\vec{F}$ , направление которой показано на рисунке, проводник перемещается на отрезок  $dx$ . Таким образом, сила Ампера производит работу  $dA = Id\Phi$ , где  $d\Phi$  – пересеченный проводником магнитный поток.

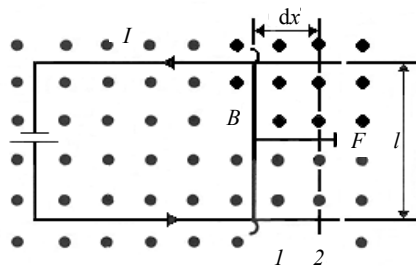


Рис. 4.1

Если полное сопротивление контура равно  $R$ , то, согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время  $dt \cdot (\varepsilon I dt)$  будет складываться из работы на джоулеву теплоту  $(I^2 R dt)$  и работы по перемещению проводника в магнитном поле  $(I d\Phi)$ :

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + Id\Phi,$$

откуда

$$I = \left( \varepsilon - \frac{d\Phi}{dt} \right) / R,$$

где  $-\frac{d\Phi}{dt} = \varepsilon_i$  есть не что иное, как закон Фарадея.

**Закон Фарадея** можно сформулировать еще таким образом: э. д. с.  $\varepsilon_i$  электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является *универсальным*: э. д. с.  $\varepsilon_i$  не зависит от способа изменения магнитного потока.

Э. д. с. электромагнитной индукции выражается в вольтах. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[ \frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{М} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Какова природа э. д. с. электромагнитной индукции? Если проводник (подвижная перемычка контура на рис. 4.1) движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на заряды внутри проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т. е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов). Таким образом, возбуждение э. д. с. индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение э. д. с. электромагнитной индукции *возможно* и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном магнитном поле*. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э. д. с. индукции. Максвелл для объяснения э. д. с. индукции в *неподвижных проводниках* предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора  $E_p$  этого поля по любому неподвиж-

ному контуру  $L$  проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\oint_L E_B = dI = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.2)$$

#### 4.2. Индуктивность контура. Самоиндукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био – Савара – Лапласа, пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток  $\Psi$  поэтому пропорционален току  $I$  в контуре:

$$\Psi = LI, \quad (4.3)$$

где коэффициент пропорциональности  $L$  называется индуктивностью контура.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э. д. с. Возникновение э. д. с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

Из выражения (4.3) определяется единица индуктивности генри (Гн): 1 Гн – индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А} = /\text{А}.$$

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Полный магнитный поток через соленоид (потокосцепление)

$$\Psi = \Phi N = B \cdot S \cdot N = \mu\mu_0 \frac{IN}{l} \cdot NS = \mu\mu_0 \frac{IN^2}{l}.$$

Подставив это выражение в формулу (4.3), получим

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}, \quad (4.4)$$

т. е. индуктивность соленоида зависит от числа витков соленоида  $N$ , его длины  $l$ , площади  $S$  и магнитной проницаемости  $\mu$  вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Можно показать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. В этом смысле ин-

дуктивность контура – аналог электрической емкости уединенного проводника, которая также зависит только от формы проводника, его размеров и диэлектрической проницаемости среды.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что э. д. с. самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4.5)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения тока* в нем. Уравнение справедливо при условии  $L = \text{const}$ .

Если ток со временем возрастает, то  $\frac{dI}{dt} > 0$  и  $\varepsilon_s < 0$ , т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и тормозит его возрастание. Если ток со временем убывает,

то  $\frac{dI}{dt} < 0$  и  $\varepsilon_s > 0$ , т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

#### 4.3. Токи при размыкании и замыкании цепи

При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает э. д. с. самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые экстратоками самоиндукции. Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи, т. е. направлены противоположно току, создаваемому источником. При выключении источника тока экстратоки имеют такое же направление, что и ослабевающий ток. Следовательно, наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи.

Рассмотрим процесс выключения тока в цепи, содержащей источник тока с э. д. с.  $\varepsilon$ , резистор сопротивлением  $R$  и катушку индуктивностью  $L$ . Под действием внешней э. д. с. в цепи течет постоянный ток

$$I_0 = \varepsilon / R$$

(внутренним сопротивлением источника тока пренебрегаем).

В момент времени  $t = 0$  отключим источник тока. Ток через катушку индуктивности  $L$  начнет уменьшаться, что приведет к возникновению

э. д. с. самоиндукции  $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ , препятствующей, согласно правилу

Ленца, уменьшению тока. В каждый момент времени ток в цепи определяется законом Ома  $I = \varepsilon_s / R$ , или

$$IR = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.6)$$

Разделив в выражении (4.6) переменные, получим  $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$ .

Интегрируя это уравнение по  $I$  (от  $I_0$  до  $I$ ) и  $t$  (от 0 до  $t$ ), находим

$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$ . Потенцируя это выражение, получим

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{R}{L} t} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t},$$

или

$$I = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (4.7)$$

где  $\tau = L/R$  – постоянная, называемая временем релаксации. Из (4.7) следует, что  $\tau$  есть время, в течение которого сила тока уменьшается в  $e$  раз.

Таким образом, в процессе отключения источника э. д. с. сила тока убывает по экспоненциальному закону (4.7) и определяется кривой 1 на рис. 4.1. Чем больше индуктивность цепи и меньше ее сопротивление, тем больше  $\tau$  и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

При замыкании цепи помимо внешней э. д. с.  $\varepsilon$  возникает э. д. с. самоиндукции  $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ , препятствующая, согласно правилу Ленца, возрастанию тока. По закону Ома,  $IR = \varepsilon - \varepsilon_s$ , или

$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}.$$

Введя новую переменную  $u = IR - \varepsilon$ , преобразуем это уравнение к виду

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau},$$

где  $\tau$  – время релаксации.

В момент замыкания ( $t = 0$ ) сила тока  $I = 0$  и  $u = -\varepsilon$ . Следовательно, интегрируя по  $u$  (от  $-\varepsilon$  до  $IR - \varepsilon$ ) и  $t$  (от 0 до  $t$ ), находим  $\ln \frac{IR - \varepsilon}{-\varepsilon} = -t/\tau$ ,

или

$$I = I_0 (1 - e^{-t/\tau}), \quad (4.8)$$

где  $I_0 = \varepsilon/R$  – установившийся ток (при  $t \rightarrow \infty$ ).

Таким образом, в процессе включения источника э. д. с. нарастание силы тока в цепи задается функцией (4.8) и определяется кривой 2 на рис. 4.2. Сила тока возрастает от начального значения  $I = 0$  и асимптотически стремится к установившемуся значению  $I_0 = \varepsilon/R$ . Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации  $\tau = L/R$ , что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

Оценим значение э. д. с. самоиндукции  $\varepsilon_s$ , возникающей при мгновенном увеличении сопротивления цепи постоянного тока от  $R_0$  до  $R$ . Предположим, что мы размыкаем контур, когда в нем течет установившийся ток  $I_0 = \varepsilon/R_0$ . При размыкании цепи ток изменяется по формуле (4.7). Подставив в нее выражение для  $I_0$  и  $\tau$ , получим

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0} e^{-Rt/L}.$$

Э. д. с. самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = \frac{R}{R_0} \varepsilon e^{-Rt/L},$$

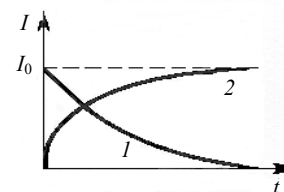


Рис. 4.2

т. е. при значительном увеличении сопротивления цепи ( $R/R_0 \gg 1$ ), обладающей большой индуктивностью, э. д. с. самоиндукции может во много раз превышать э. д. с. источника тока, включенного в цепь. Таким образом, необходимо учитывать, что контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как это (возникновение значительных э. д. с. самоиндукции) может привести к пробое изоляции и выводу из строя измерительных приборов. Если в контур сопротивление вводить постепенно, то э. д. с. самоиндукции не достигнет больших значений.

#### 4.4. Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ . С данным контуром сцеплен магнитный поток (см. (4.3))  $\Psi = LI$ , причем при изменении тока на  $dI$  потокосцепление изменяется на  $d\Psi = LdI$ . Однако для изменения потокосцепления на величину  $d\Psi$  необходимо совершить работу  $dA = Id\Psi = LI dI$ . Тогда работа по созданию потокосцепления  $\Psi$  будет

$$A = \int_0^I LI dI = LI^2 / 2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = LI^2 / 2. \quad (4.9)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай – однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Подставив в формулу (4.9) выражение (4.4), получим

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 I^2}{l} S.$$

Так как (3.25)  $I = Bl(\mu_0 \mu N)$  и  $B = \mu_0 \mu H$ , то

$$W = \frac{B^2}{2 \mu_0 \mu} V = \frac{BH}{2} V, \quad (4.10)$$

где  $Sl = V$  – объем соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2 \mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (4.11)$$

Выражение (4.11) для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле (1.54) для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины заменены в нем магнитными. Формула (4.11) выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение (4.11) справедливо только для сред, для которых зависимость  $B$  от  $H$  линейная, т. е. оно относится только к пара- и диамагнетикам.

## 5. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

### 5.1. Магнитные моменты электронов и атомов

Рассматривая действие магнитного поля на проводники с током и на движущиеся заряды, мы не интересовались процессами, происходящими в веществе. Свойства среды учитывались формально с помощью магнитной проницаемости  $\mu$ .

Опыт показывает, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим причину этого явления с точки зрения строения атомов и молекул, положив в основу гипотезу Ампера, согласно которой в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круго-

вым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом  $\vec{p}_M = IS\vec{n}$ , модуль которого

$$p_M = IS = evS, \quad (5.1)$$

где  $I = ev$  – сила тока;  $v$  – частота вращения электрона по орбите,  $S$  – площадь орбиты. Если электрон движется по часовой стрелке (рис. 5.1), то ток направлен против часовой стрелки и вектор  $p_M$  в соответствии с правилом правого винта направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона.

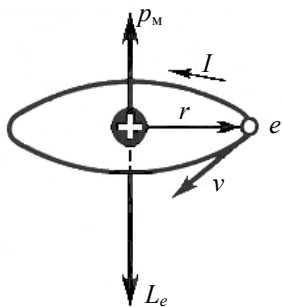


Рис. 5.1

С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса  $\vec{L}_e$ , модуль которого, согласно

$$\vec{L}_e = mvr = 2mvS, \quad (5.2)$$

где  $v = 2\pi vr$ ,  $\pi r^2 = S$ . Вектор  $\vec{L}_e$  (его направление также подчиняется правилу правого винта), называется **орбитальным механическим моментом электрона**.

Из рис. 5.1 следует, что направле-

ния  $\vec{p}_M$  и  $\vec{L}_e$  противоположны, поэтому получим

$$\vec{p}_M = -\frac{e}{2m}\vec{L}_e = g\vec{L}_e, \quad (5.3)$$

где величина

$$g = -\frac{e}{2m} \quad (5.4)$$

называется **гиромангнитным отношением орбитальных моментов** (общепринято писать со знаком «-», указывающим на то, что направления моментов противоположны). Это отношение, определяемое универсальными постоянными, одинаково для любой орбиты, хотя для разных орбит значения  $v$  и  $r$  различны. Формула (5.4) выведена для круговой орбиты, но она справедлива и для эллиптических орбит.

Экспериментальное определение гиромангнитного отношения проведено в опытах Эйнштейна и де Гааза, которые наблюдали поворот свободно подвешенного на тончайшей кварцевой нити железного стержня при его намагничении во внешнем магнитном поле (по обмотке соленоида пропускался переменный ток с частотой, равной частоте крутильных колебаний стержня). Оно оказалось равным  $e/m$ . Таким образом, знак носителей, обуславливающих молекулярные токи, совпадал со знаком заряда электрона, а гиромангнитное отношение оказалось в два раза **большим, чем введенная ранее величина  $g$** . Для объяснения этого результата, имевшего большое значение для дальнейшего развития физики, было предположено, а впоследствии доказано, что кроме орбитальных моментов, электрон обладает **собственным механическим моментом импульса  $\vec{L}_{eS}$** , называемым **спином**. Считалось, что спин обусловлен вращением электрона вокруг своей оси, что привело к целому ряду противоречий. В настоящее время установлено, что спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе. Спи́ну электрона  $\vec{L}_{eS}$  соответствует **собственный (спиновый) магнитный момент  $\vec{p}_{MS}$**  пропорциональный  $\vec{L}_{eS}$  и направленный в противоположную сторону:

$$\vec{p}_{MS} = g_s\vec{L}_{eS}. \quad (5.5)$$

Величина называется **гиромангнитным отношением спиновых моментов**.

Проекция собственного магнитного момента на направление вектора может принимать только одно из следующих двух значений:

$$\vec{p}_{MSB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_B,$$

где  $\hbar = h/(2\pi)$  ( $h$  – постоянная Планка);  $\mu_B$  – **магнетон Бора**, являющийся единицей магнитного момента электрона.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов и магнитного момента ядра (обусловлен магнитными моментами входящих в ядро протонов и нейтронов). Однако магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают.



Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы)  $\vec{p}_\alpha$  равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\vec{p}_\alpha = \sum \vec{p}_M + \sum p_{MS}. \quad (5.6)$$

## 5.2. Диа- и парамагнетизм

Всякое вещество является *магнетиком*, т. е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Для понимания механизма этого явления необходимо рассмотреть действие магнитного поля на движущиеся в атоме электроны.

Ради простоты предположим, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора  $\vec{B}$  произвольным образом, составляя с ним угол  $\alpha$  (рис. 5.2), то можно доказать, что она приходит в такое движение называемое *прецессией*, при котором вектор магнитного момента  $\vec{p}_M$ , сохраняя постоянным угол  $\alpha$ , вращается вокруг  $\vec{B}$ .

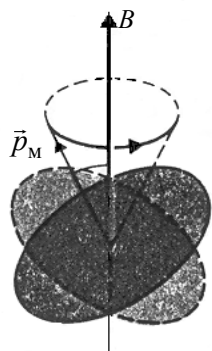


Рис. 5.2

Прецессию вокруг вертикальной оси, проходящей через точку опоры, совершает, например, диск волчка при замедлении движения.

Таким образом, электронные орбиты атома под действием внешнего магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название *диамагнитного эффекта*, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются *диамагнетиками*.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен, поскольку в данном случае магнитные моменты электронов взаимно компенсируются, и суммарный магнитный момент атома (он равен вектор-

ной сумме магнитных моментов, орбитальных и спиновых, составляющих атом электронов), равен нулю. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т. д.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то **диамагнетизм свойствен всем веществам**. Однако наряду с диамагнитными веществами существуют и *парамагнитные* вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов). Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот *эффект* называется *парамагнитным*. При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы Pt, Al и т. д. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамагнитными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамагнитные свойства и вещество является диамагнетиком.

## 5.3. Намагниченность. Магнитное поле в веществе

Подобно тому, как для количественного описания поляризации диэлектриков вводилась поляризованность, для количественного описания намагничивания магнетиков вводят векторную величину – *намагниченность*, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \vec{P}_M / V = \sum \vec{p}_\alpha / V, \quad (5.7)$$

где  $\vec{P}_M = \sum \vec{p}_\alpha$  – магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул.

Рассматривая характеристики магнитного поля, мы вводили вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ , характеризующий результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, и вектор напряженности  $\vec{H}$ , характеризующий магнитное поле макротоков. Следовательно, магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагниченным веществом. Тогда вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля  $\vec{B}_0$  (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля микротоков  $\vec{B}$  (поля, создаваемого молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (5.8)$$

где  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ .

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения  $S$  и длины  $l$ , внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$ . Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадет с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору  $\vec{B}_0$ , так как векторы их маг-

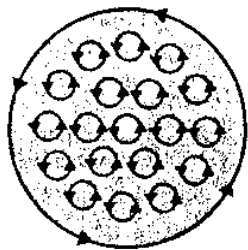


Рис. 5.3

нитных моментов  $\vec{p}_M$  антипараллельны вектору  $\vec{B}_0$  (для диамагнетиков) и параллельны  $\vec{B}_0$  (для парамагнетиков). Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рис. 5.3). Нескомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра.

Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле,

магнитную индукцию  $B'$  которого можно вычислить, учитывая формулу для  $N = 1$  (соленоид из одного витка):

$$B' = \mu_0 I' / l, \quad (5.9)$$

где  $I'$  – сила молекулярного тока;  $l$  – длина рассматриваемого цилиндра, а магнитная проницаемость  $\mu$  принята равной единице.

С другой стороны,  $I' / l$  – ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока  $p = J' \cdot S \Rightarrow p = I' S / l = I' V / l$ , где  $V$  – объем магнетика. Таким образом,

$$J = \frac{P}{V} \Rightarrow J = I' / l. \quad (5.10)$$

Сопоставляя (5.9) и (5.10), получим, что

$$B' = \mu_0 J,$$

или в векторной форме

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}.$$

Подставив выражения для  $\vec{B}_0$  и  $\vec{B}'$  в (5.8), получим

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}, \quad (5.11)$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}. \quad (5.12)$$

Как показывает опыт, для большинства веществ в несильных полях намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение, т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (5.13)$$

где  $\chi$  – безразмерная величина, называемая **магнитной восприимчивостью вещества**. Для диамагнетиков  $\chi$  отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков – положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним).

Используя формулу (5.1), выражение (5.13) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \quad (5.14)$$

откуда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1+\chi)}$$

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (5.15)$$

представляет собой магнитную проницаемость вещества. Подставив (5.15) в (5.14), приходим к соотношению  $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ , которое ранее постулировалось.

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка  $10^{-4}$ – $10^{-6}$ ), то для них  $\mu$  незначительно отличается от единицы. Это просто понять, так как магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков  $\chi < 0$  и  $\mu < 1$ , для парамагнетиков  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$ .

#### 5.4. Ферромагнетики и их свойства

Помимо рассмотренных двух классов веществ – диа- и парамагнетиков, называемых *слабомагнитными веществами*, существуют еще *сильномагнитные вещества – ферромагнетики* – вещества, обладающие спонтанной намагниченностью, т. е. они намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам, кроме основного их представителя – железа (от него и идет название «ферромагнетизм»), относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнетики помимо способности сильно намагничиваться обладают еще и другими свойствами, существенно отличающими их от диа- и парамагнетиков. Если для слабомагнитных веществ зависимость  $\vec{J}$  от  $\vec{H}$  линейна (см. (5.13) и рис. 5.4), то для ферромагнетиков эта зависимость является довольно сложной. По мере возрастания  $H$  намагниченность  $J$  сначала растет быстро, затем медленнее и, наконец, достигается так называемое *магнитное насыщение*  $J_{\text{нас}}$ , уже не зависящее от напряженности поля. Подобный характер зависимости  $J$  от  $H$  можно объяснить тем, что по мере увеличения намагничивающего поля увеличивается степень ориентации молекулярных магнитных моментов по полю, однако этот процесс начнет замедляться, когда остается все меньше и меньше неориентированных моментов, и, наконец, когда все мо-

менты будут ориентированы по полю, дальнейшее увеличение  $J$  прекращается и наступает магнитное насыщение.

Магнитная индукция  $B = \mu_0(H + J)$  (см. (5.11)) в слабых полях растет быстро с ростом  $H$  вследствие увеличения  $J$ , а в сильных полях, поскольку второе слагаемое постоянно ( $J = J_{\text{нас}}$ ),  $B$  растет с увеличением  $H$  по линейному закону (рис. 5.5).

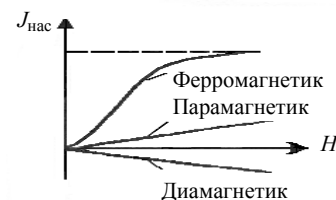


Рис. 5.4

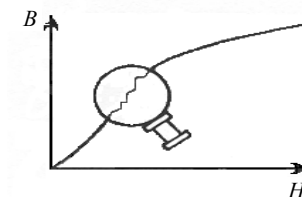


Рис. 5.5

Существенная особенность ферромагнетиков – не только большие значения  $\mu$  (например, для железа – 5000, для сплава супермаллоя – 800000!), но и зависимость  $\mu$  от  $H$  (рис. 5.6). Вначале  $\mu$  растет с увеличением  $H$ , затем, достигая максимума, начинает уменьшаться, стремясь в случае сильных полей к 1 ( $\mu = B/(\mu_0 H) = 1 + J/H$ , поэтому при  $(J = J_{\text{нас}}) = \text{const}$  с ростом  $H$  отношение  $J/H \rightarrow 0$ , а  $\mu \rightarrow 1$ ).

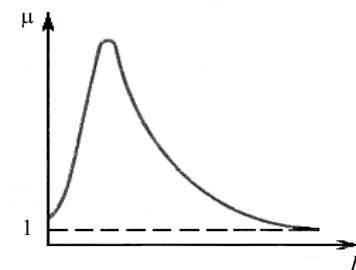


Рис. 5.6

Характерная особенность ферромагнетиков состоит также в том, что для них зависимость  $J$  от  $H$  (а следовательно, и  $B$  от  $H$ ) определяется предысторией намагничивания ферромагнетика. Это явление получило название магнитного гистерезиса.

Если намагнитить ферромагнетик до насыщения (точка 1 – рис. 5.7), а затем начать уменьшать напряженность  $H$  намагничивающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение  $I$  описывается кривой 1–2, лежащей выше кривой 1–0. При  $H = 0$   $J$  отличается от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается **остаточное намагничение**  $J_{oc}$ . С наличием остаточного намагничения связано существование **постоянных магнитов**. Намагничение обращается в нуль под действием поля  $H_c$ , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничение. Напряженность  $H_c$  называется **коэрцитивной силой**. При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик перемагничивается (кривая 3–4), и при  $H = -H_{нас}$  достигается насыщение (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (кривая 4–5–6) и вновь перемагнитить до насыщения (кривая 6–1).

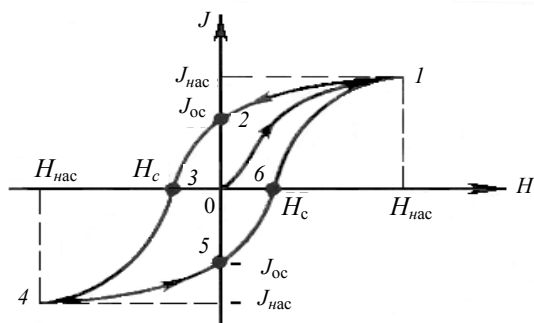


Рис. 5.7

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность  $J$  изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–6–1, которая называется **петлей гистерезиса** (от греческого «запаздывание»). Гистерезис приводит к тому, что намагничение ферромагнетика не является однозначной функцией  $H$ , т. е. одному и тому же значению  $H$  соответствует несколько значений  $J$ .

Различные ферромагнетики дают разные гистерезисные петли. **Ферромагнетики** с малой (в пределах от нескольких тысячных до 1–2 А/см) коэрцитивной силой  $H_c$  (с узкой петлей гистерезиса)

называются **мягкими**, с большой (от нескольких десятков до нескольких тысяч ампер на сантиметр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) – **жесткими**. Величины  $H_c$ ,  $J_{oc}$  и  $\mu_{max}$  определяют применимость ферромагнетиков для тех или иных практических целей. Так, жесткие ферромагнетики (например, углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а мягкие (например, мягкое железо, сплав железа с никелем) – для изготовления сердечников трансформаторов.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т. е. в точке Кюри происходит фазовый переход II рода.

## 5.5. Природа ферромагнетизма

Рассматривая магнитные свойства ферромагнетиков, мы не вскрыли физическую природу этого явления. Описательная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком П. Вейссом (1865–1940). Последовательная количественная теория на основе квантовой механики развита советским физиком Я. И. Френкелем и немецким физиком В. Гейзенбергом (1901–1976).

Согласно представлениям Вейсса, ферромагнетики при температурах ниже точки Кюри обладают спонтанной намагниченностью независимо от наличия внешнего намагничивающего поля. Спонтанное намагничение, однако, находится в кажущемся противоречии с тем, что многие ферромагнитные материалы даже при температурах ниже точки Кюри не намагничены. Для устранения этого противоречия Вейсс ввел гипотезу, согласно которой ферромагнетик ниже точки Кюри разбивается на большое число малых макроскопических областей – **доменов**, самопроизвольно намагниченных до насыщения.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга, поэтому результирующий магнитный момент ферромагнетика

равен нулю и ферромагнетик не намагничен. Внешнее магнитное поле ориентирует по полю магнитные моменты не отдельных атомов, как это имеет место в случае парамагнетиков, а целых областей спонтанной намагниченности. Поэтому с ростом  $H$  намагниченность  $J$  (см. рис. 5.4) и магнитная индукция  $B$  (см. рис. 5.5) уже в довольно слабых полях растут очень быстро. Этим объясняется также увеличение  $m$  ферромагнетиков до максимального значения в слабых полях (см. рис. 5.6). Эксперименты показали, что зависимость  $B$  от  $H$  не является такой плавной, как показано на рис. 5.5, а имеет ступенчатый вид. Это свидетельствует о том, что внутри ферромагнетика домены поворачиваются по полю скачком.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ферромагнетики сохраняют остаточное намагничение, так как тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать магнитные моменты столь крупных образований, какими являются домены, поэтому и наблюдается явление магнитного гистерезиса. Для того чтобы ферромагнетик размагнитить, необходимо приложить коэрцитивную силу; размагничиванию способствуют также встряхивание и нагревание ферромагнетика. Точка Кюри оказывается той температурой, выше которой происходит разрушение доменной структуры.

## Оглавление

1. Электростатика .....	3
1.1. Закон сохранения электрического заряда .....	3
1.2. Закон Кулона .....	3
1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Поток вектора напряженности .....	4
1.4. Принцип суперпозиции электростатических полей .....	7
1.5. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме .....	7
1.6. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме .....	9
1.7. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля в вакууме .....	11
1.8. Потенциал электростатического поля в вакууме .....	13
1.9. Напряженность как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности .....	14
1.10. Вычисление разности потенциалов по напряженности поля .....	15
1.11. Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике .....	17
1.12. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике .....	20
1.13. Проводники в электростатическом поле .....	21
1.14. Электрическая емкость уединенного проводника .....	22
1.15. Конденсаторы .....	23
1.16. Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля .....	26
2. Постоянный электрический ток .....	28
2.1. Электрический ток. Сила и плотность тока .....	28
2.2. Основы классической электронной теории электропроводности металлов .....	30
2.3. Сторонние силы. Законы Ома и Джоуля – Ленца .....	33
3. Магнитное поле .....	36
3.1. Магнитное поле и его характеристики .....	36
3.2. Закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету магнитного поля .....	39
3.3. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов .....	42
3.4. Действие магнитного поля на движущийся заряд .....	43
3.5. Эффект Холла .....	45
3.6. Циркуляция вектора $\vec{B}$ для магнитного поля в вакууме .....	47
3.7. Магнитное поле соленоида и тороида .....	48
3.8. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$ .....	50
3.9. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле .....	52

4. Электромагнитная индукция .....	53
4.1. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея и его вывод из закона сохранения энергии .....	53
4.2. Индуктивность контура. Самоиндукция .....	56
4.3. Токи при размыкании и замыкании цепи .....	57
4.4. Энергия магнитного поля .....	60
5. Магнитные свойства вещества .....	61
5.1. Магнитные моменты электронов и атомов .....	61
5.2. Диа- и парамагнетизм .....	64
5.3. Намагниченность. Магнитное поле в веществе .....	65
5.4. Ферромагнетики и их свойства .....	68
5.5. Природа ферромагнетизма .....	71

Валентина Ивановна Белякова  
Елена Александровна Желудкова  
Елена Александровна Кукина  
Юлия Николаевна Леонтьева  
Ирина Александровна Занадворова

Учебное издание

## **ФИЗИКА**

### **Ч. 2**

Редактор А. В. Афанасьева  
Корректор К. И. Байкова  
Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати 26.06.2007. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.  
Усл. печ. л. 4,75. Уч.-изд. л. 4,87. Тираж 1000. Заказ 180. «С» 79.  
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.  
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская, д. 4.  
Отпечатано на ризографе. 190005. Санкт-Петербург, 2-я-Красноармейская, д. 5.

**ДЛЯ ЗАПИСЕЙ**