

Министерство образования и науки
Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет

С. А. ЕВТЮКОВ, А. А. ОВЧАРОВ, И. В. ЗАМАРАЕВ

**ПОСТРОЕНИЕ МЕХАНОРЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ
СТРОИТЕЛЬНО-ДОРОЖНЫХ МАШИН СО СРЕДОЙ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2011

ББК 34.42 Р12
УДК 625.08.001.24:681.3

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор В. А. Кузьмичёв (ГОУ ВПО СПбГПУ); канд. техн. наук С. А. Рысс-Березарк (ООО «Ленстройпроект»)

Евтюков, С. А.

Построение механореологических моделей процессов взаимодействия рабочих органов строительного-дорожных машин со средой: учеб. пособие / С. А. Евтюков, А. А. Овчаров, И. В. Замираев; СПбГАСУ. – СПб., 2011. – 59 с.

ISBN 978-5-9227-0278-2

Даются основы механореологического моделирования процессов взаимодействия рабочих органов строительных машин с обрабатываемой средой. Данные модели используются при описании статических и динамических процессов взаимодействия системы «рабочий орган – среда» для анализа и синтеза оптимальных режимов работы машин. Приведены примеры моделирования различных процессов.

Книга является учебным пособием по дисциплине «Математическое моделирование и САПР строительных и дорожных машин», предназначенным для студентов следующих специальностей и направлений подготовки: 190205 – подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование; 190109.65 – наземные транспортно-технологические средства; 190600.62 – эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов. Профиль подготовки – «Сервис транспортных средств и технологических машин». Также представляет интерес для аспирантов, инженеров-конструкторов и научных работников.

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр.: 8 назв.

Рекомендовано Редакционно-издательским советом СПбГАСУ в качестве учебного пособия.

ISBN 978-5-9227-0278-2 © С. А. Евтюков, А. А. Овчаров,
И. В. Замираев, 2011
© Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет, 2011

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании основой для выбора параметров строительных машин является определение режимов воздействия рабочих органов на обрабатываемую среду. Рабочая среда, во взаимодействии с которой совершает движение рабочий орган, накладывает на его движение геометрические и кинетические ограничения, которые необходимо учитывать при структурном и параметрическом синтезе машины. Для учета эффекта взаимодействия рабочих органов со средой важное значение приобретает выявление закономерностей процессов, протекающих в рабочей зоне системы «рабочий орган – среда», с последующим анализом режимов взаимодействия в рациональной области исследуемых параметров и синтезом оптимальных конструктивных параметров рабочих органов и режимов их работы. Для успешного решения задач анализа и синтеза процесса взаимодействия системы «рабочий орган – среда» инженер, основываясь на знаниях, полученных из литературных источников и при консультациях с ведущими специалистами в данной области, а также из собственного опыта, должен разработать феноменологическую расчетную схему процесса и представить ее в математическом виде, отображающем основные закономерности происходящих явлений. Далее с помощью полученных уравнений представляется возможность проанализировать различные режимы взаимодействия системы со средой и найти оптимальное сочетание параметров, обеспечивающее эффективнейшие режимы работы машины. При этом необходимо проверить правомерность принятых решений (адекватность полученных закономерностей). Эта процедура заключается в проверке – идентификации теоретически найденных значений каких-либо результатов и закономерностей процесса с реальными путями сопоставления идентичных расчетных и экспериментальных данных. Если окажется, что модель неадекватна, то ее надо усовершенствовать и повторить всю процедуру.

Последовательность перечисленных действий создателя новой машины является сутью процесса, называемого математическим моделированием (в нашем случае это процесс моделирования взаимодействия рабочих органов с обрабатываемой средой). «Моделирование, – пишет академик Л. И. Седов, – является ответственной научной задачей, имеющей принципиальное и познавательное значение, но это только исходная база для главной задачи – фактического установления законов природы, отыскания природы, отыскания общих свойств и характеристик явлений, разработки экспериментальных и теоретических методов исследования и, наконец, получения приемов и рекомендаций для производства».

Как следует из вышеизложенного, задача математического моделирования рабочих процессов строительных машин является весьма важной и сложной в силу, прежде всего, нетрадиционности ее решения. Для решения таких задач целесообразно применение ПК, без которого из-за сложности и большого объема вычислений многие задачи практически не могут быть решены с достаточной достоверностью и эффективностью получаемых результатов в реальные сроки, отпущенные для создания машины.

Для отображения сути физико-механических явлений, происходящих в обрабатываемой среде в процессе воздействия на нее рабочего органа строительной машины, широко применяют два метода построения математических моделей. Первый из них описывает состояние реальной среды по аналогии с известными задачами теории упругости и пластичности сплошных сред. Полученные этим методом математические модели обладают важным свойством – универсальностью. Однако использование их приводит к необходимости описания системы «рабочий орган – среда» в дифференциальных уравнениях в частных производных, а это сопряжено с непомерно большой размерностью порядка аппроксимирующих алгебраических систем уравнений и делает задачу трудноразрешимой. Второй метод моделирования основан на использовании феноменологических механореологических моделей, что позволяет значительно упростить представление о поведении обрабатываемой среды под внешним воздействием

и выразить математическую модель процесса с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, т. е. осуществлять моделирование процесса на макроуровне, что, несомненно, предпочтительнее. Однако при использовании второго метода универсальность моделей невелика, так как область применимости реологических моделей сужается найденными значениями их параметров, определяемыми, как правило, с использованием экспериментально-статистических методов. Следовательно, эти модели применимы только в той области, для которой произведена идентификация ее параметров. Несмотря на отмеченные недостатки, реологические модели находят всё большее применение в связи с широким внедрением в практику ПК, использование которых позволяет значительно снизить трудоемкость процессов идентификации параметров реологических моделей, оценки ее адекватности и области применимости [2, 3].

В пособии основное внимание уделено моделированию процессов взаимодействия рабочих органов строительных машин со средой с применением механореологических моделей. Объясняется это тем, что в учебной литературе отсутствует достаточно полная информация о видах реологических моделей, примерах их применения, методах идентификации их параметров и моделирования рабочих процессов с их применением на ПК.

Данное пособие составлено на основе обобщения работ, список которых приведен в конце. Знакомство с этой литературой будет безусловно полезным.

Глава 1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ОБОБЩЕННЫХ РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Система уравнений, моделирующая процесс взаимодействия рабочего органа со средой, определяется видом, свойствами среды и характерным действием рабочего органа. Наглядное представление о характере изменения напряжений и деформаций среды в зависимости от вариаций, определяющих ее физико-механические свойства при механическом воздействии, дают реологические модели (РМ). Последние представляют среду в виде упрощенных механических моделей, составленных из механических элементов, каждый из которых (или их сочетание) дает представление об основных свойствах среды и характере напряженно-деформированного состояния под действием внешних нагрузок.

Реология – это наука, занимающаяся изучением деформации и возникающих при этом напряжений различных сред во времени под действием приложенных к ним усилий.

В РМ механические характеристики среды определяются основными (фундаментальными) свойствами: упругостью, пластичностью и вязкостью. Все другие механические свойства являются производными от фундаментальных констант – постоянных коэффициентов.

Простейшие РМ обычно используются при изучении общих закономерностей процессов взаимодействия рабочих органов со средой как вспомогательное средство, облегчающее представление о поведении материала под действием внешних сил.

При моделировании сложных процессов, происходящих в обрабатываемых средах, в особенности при динамических воздействиях, поведение среды описывают с использованием основных законов механики, поэтому соответствующие модели часто называют механореологическими.

Первоначально [4] занимались исследованием закономерностей деформации различных сред в условиях статического или квазистатического нагружения. Созданные реологией экспериментальные и теоретические методы (аппарат реологии) были разработаны для рассмотрения задач статического нагружения, или нагружения практически с постоянными скоростями, изменениями которых в процессе нагружения можно пренебречь ввиду их малости. Однако многие реальные процессы, в том числе многие рабочие процессы, осуществляемые машинами (ударное или вибрационное уплотнение грунтов и бетонов, вибропогружение свай, вибротранспортирование сыпучих сред и т. п.), протекают при нагружении среды с неравномерной скоростью воздействия рабочего органа на нее. Поэтому существующий (статический) аппарат реологии оказался непригодным для изучения реологических характеристик сред, подвергаемых динамическому воздействию, так как он дает слишком большие расхождения между теоретическими и экспериментальными данными.

Дальнейшее развитие реологии позволило установить причину расхождения результатов, полученных методами традиционной (статической) реологии при анализе явлений, происходящих в среде при динамическом нагружении. Все реологические тела (упругие, вязкие и пластичные) должны рассматриваться обязательно как носители двух свойств – основного и инерционного. (Например, не просто упругое тело, а упругоинерционное, не просто вязкое, а вязкоинерционное и т. п.)

Учет инерционных свойств в реологических телах в условиях динамических воздействий совершенно необходим, так как особенностью процесса является меняющееся ускорение. При этом инерционные воздействия становятся соизмеримы, а в ряде случаев преобладают над упругими, вязкими и пластическими.

1.1. Реологические модели для моделирования квазистатических процессов нагружения

Реологическая модель упругого материала называется моделью Гука. Такую модель представляют в виде пружины, которая харак-

теризует упругость среды. Математическое описание модели Гука, характеризующее соотношение между напряжением и деформацией, имеет вид

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

где σ – напряжение; E – модуль линейной деформации; $\varepsilon = \Delta l / l$ – относительная линейная деформация среды; Δl – линейная деформация тела длиной l .

Условно модель Гука обозначается символом k .

Модель идеального пластического и жесткопластического материала представляют в виде ползуна с сухим кулоновым трением (таблица). Такую модель называют моделью Сен-Венана, обозначим ее символом k_n . Материал такого типа под действием внешней нагрузки не деформируется до тех пор, пока напряжение не превзойдет определенного предела пластичности ($\tau_{пл}$). Условия наступления пластической деформации как остаточной деформации сдвига определяются соотношением $\tau = (\tau_{пл})$. Пластический материал с упрочнением условно представляют в виде набора подобных единичных моделей, соединенных стержнями. По мере сдвига в работу последовательно включается каждая из моделей. Соотношения между напряжением и деформацией, которые не зависят от скорости нагружения, приведены в таблице.

Модель идеального вязкого тела представляется в виде поршня с отверстиями, движущегося в цилиндре, заполненном жидкостью. Такую модель называют ньютоновой. Обозначим ее символом C . Работа внешних сил затрачивается на преодоление сил вязкости жидкостного трения, превращается в теплоту и является необратимой. Напряжение в вязкой модели пропорционально скорости приложения нагрузки

$$\tau = \mu \dot{x} = \eta \frac{dV}{dz}, \quad (2)$$

где η – коэффициент динамической вязкости; V – скорость перемещения; z – расстояние; μ – объемный коэффициент вязкого сопротивления; \dot{x} – скорость деформации.

Основные виды реологических моделей

Моделируемая среда	Реологическая модель		Наименование модели
	Механическая форма	Математическая запись	
Упругая		$\sigma = \varepsilon E;$ $\tau = xG$	Гука
Пластическая		$\tau = \tau_{пл}$	Сен-Венана
Упруго-пластическая		$\tau = \tau_{пл};$ $\tau = xG$	Прандтля
Вязкая		$\tau = \eta \frac{dV}{dz}$	Ньютона
Упруго-вязкая: с релаксацией напряжения		$\tau = \eta \frac{dV}{dz};$ $\tau = xG$	Максвелла
с запаздыванием деформаций		$\tau = xG + \eta \frac{dV}{dz}$	Фойгта
с явлением ползучести		$\tau = xG;$ $\tau = x_1 G_1 + \eta \frac{dV}{dz}$	Кельвина
Упруго-вязко-пластическая		$\tau = xG;$ $\tau = x_1 G_1 + \tau_{пл}$	Бингама
Упруго-вязко-пластическая с релаксацией		$\tau = xG;$ $\tau = x_1 G_1 + \tau_{пл};$ $\tau = \tau_{пл} + \eta \frac{dV}{dz}$	Шведова
Грунт в процессе сдвиговой деформации		$\tau = xG;$ $\tau = x_1 G_1 + \eta \frac{dV}{dz};$ $\tau = \tau_{пл} + \eta_1 \frac{dV}{dz}$	Обобщенная Кельвина и Шведова

Сложные реологические модели в виде механического сочетания простых моделей позволяют приближенно описывать свойства реальных сред. Они составляются путем параллельного или последовательного соединения простых реологических моделей (см. таблицу).

Общее реологическое уравнение, пригодное для рассмотрения различных реологических моделей при квазистатическом нагружении среды, записывают в виде аддитивной функции

$$\tau - \tau_r = Gx + \mu \dot{x} - T_p \tau = G(x + T_p \dot{x}) - T_p \tau, \quad (3)$$

где τ_r – предел текучести; x – деформация сдвига; G – модуль сдвига; T_p – время релаксации ($T_p = \mu / G$).

Модели Кельвина, Бингама, Шведова больше соответствуют реальным грунтовым средам, чем простейшие модели. Для наиболее точного моделирования свойств грунта прибегают к построению усложненных реологических моделей, представляющих сочетание множества элементарных упруго-вязких моделей, каждая из которых имеет реологические коэффициенты. Модели такого вида называют спектральными, или обобщенными.

Например, модель, хорошо отражающая процесс статического резания и последующего сдвига связного грунта, представляет собой обобщенную модель, в которой последовательно соединены модели Кельвина и Шведова (см. таблицу). В этой модели пружина k_1 имитирует упругую мгновенную деформацию. Следующий за пружиной составной элемент из пружины k_2 и демпфера C_1 представляет модель Фойгта и имитирует длительную упруго-вязкую деформацию. При достижении предела текучести $[\tau_r]$, что имитирует элемент k_n , произойдет мгновенная остаточная деформация за счет смещения элемента L , который имитирует зазор в системе. После этого наступает длительная необратимая деформация. Она моделируется системой, состоящей из элементов k_3 и C_2 , которые представляют упруго-пластическую релаксирующую модель (Прандтля).

Напряжение в модели под действием нагрузки определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} \tau_\Sigma = \tau_{k1} = \tau_{k2} + \tau_{c2} = \tau_r(k_n); \\ \tau_r(k_n) = \tau_{k3} = \tau_{c2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для деформаций системы имеем

$$\begin{aligned} x_\Sigma = x_{k1} + x_{k2} + x_{kn}; \\ x_\Sigma = x_{k1} + x_{c1} + x_L + x_{k3} + x_{c2}. \end{aligned} \quad (5)$$

В (4), (5) и далее: τ_{ki} и x_{ki} – напряжения и деформация упругих элементов модели k_1, k_2, k_3 ; k_n – пределы пластичности и деформации жесткопластичных элементов; τ_{ci}, x_{ci} – пределы текучести и деформации вязких элементов модели c_1, c_2 .

При фиксации деформации система способна релаксировать. Часть действующего напряжения, равная $\tau - \tau_r$, будет релаксировать до величины τ_r .

1.2. Реологические модели для моделирования динамических процессов нагружения

В строительстве из всего многообразия динамических процессов нагружения обрабатываемых сред безусловный приоритет принадлежит вибрационным режимам. В последующих разделах, касающихся построения и анализа поведения моделей, рассматривается вибрационный режим для пояснения сути протекания динамических процессов и поведения соответствующих реологических моделей. Приведенные ниже модели и основные математические зависимости, используемые для описания их поведения, в основном будут удовлетворять общности задачи моделирования любых динамических процессов нагружения обрабатываемых сред. Отличными будут лишь закон нагружения (закон действия нагружающей силы может быть не простым гармоническим, а бигармоническим, импульсным и т. п.) и соответствующие производные, характеризующие законы действия сил реакции деформационной среды.

В настоящих текстах лекций будет рассматриваться лишь часть моделей, необходимых для последующего изложения конкретных

примеров моделирования реальных процессов. Более подробно обобщенные инерционные реологические модели изложены в работе профессора И. Ф. Гончаревича [2].

1.2.1. Упругие инерционные реологические тела

Рассмотрим реологические характеристики фундаментальных реологических тел в условиях вибрационного нагружения. Для наглядности изложения примем, что реологические тела нагружаются простыми гармоническими воздействиями

$$f = F \sin \omega t, \quad (6)$$

где F – амплитудное значение возмущающей силы; ω – угловая частота возмущающей силы; t – время.

К фундаментальным телам вибрационной реологии относятся упругоинерционные, вязкоинерционные и пластично-инерционные тела.

Закономерности смещения фундаментального упругоинерционного тела (рис. 1, *a*) в условиях нагружения его периодической силой, меняющейся по гармоническому закону f с угловой частотой ω , описываются дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = F' \sin \omega t, \quad (7)$$

где m – масса упругоинерционного тела; k – коэффициент жесткости упругоинерционного тела; x и \ddot{x} – смещение и ускорение смещения упругоинерционного тела; $F' = F/m$ – единичная возмущающая сила.

Зависимость (7) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка относительно смещения тела. Упругоинерционное тело (см. рис. 1) характеризуется параметром $p = \sqrt{k/m}$, являющимся собственной частотой его свободных колебаний, которая тем больше, чем выше жесткость тела и меньше его масса.

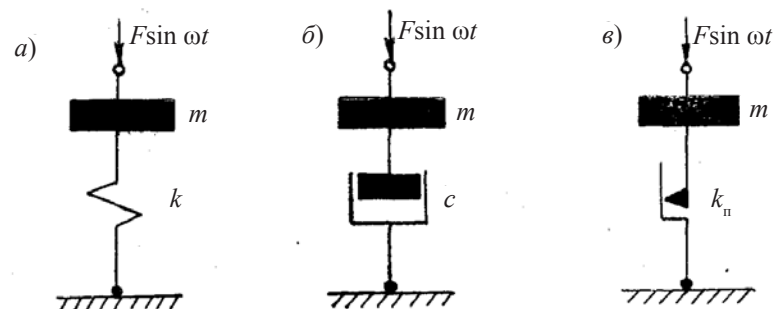


Рис. 1. Модели упругоинерционных тел: *a* – упругоинерционная; *б* – вязкоинерционная; *в* – пластично-инерционная

Если упругоинерционному телу сообщить некоторое начальное смещение, не превосходящее его предела упругости, и затем освободить, оно будет совершать свободные колебания, угловая частота которых всегда будет равна p . Таким образом, индивидуальной характеристикой упругоинерционного тела являются не его жесткость и не его масса в отдельности, а частота собственных колебаний. Как будет показано дальше, упругоинерционное тело наиболее «охотно» колеблется с собственной частотой.

Возбуждение колебаний с другой частотой, безразлично большей или меньшей, всегда встречает известное сопротивление со стороны упругоинерционного тела, требует приложения дополнительных усилий, которые, в зависимости от частоты возмущения, будут затрачиваться на преодоление либо сил упругости, либо сил инерции тела.

Только в том случае, когда к реологическому телу прикладывают возмущающую силу с частотой, равной частоте его собственных колебаний, не приходится преодолевать ни сил инерции, ни сил упругости, и нагружающая сила обуславливает увеличение размахов колебаний упругоинерционного тела (возрастание его кинетической энергии).

Решив уравнение (7), получим соотношение между нагружающей силой и смещением тела. Выразив это соотношение через

напряжение и деформацию, получим реологическое уравнение упругоинерционного тела

$$x = \frac{F'}{k} \frac{1}{1 - \omega^2 / p^2} \sin \omega t. \quad (8)$$

Известно, что для упругого тела соотношение между смещением и приложенной силой выражается соотношением

$$kx = F' \sin \omega t. \quad (9)$$

Сравнивая выражение (9) с (8), видим, что соотношения между смещениями и приложенными силами упругоинерционного и упругого тел отличаются членом $1 / (1 - z^2)$, называемым коэффициентом усиления (здесь z – коэффициент расстройки, $z = \omega / p$). Коэффициент усиления зависит от коэффициента расстройки и может быть больше или меньше единицы. Единице он равен при коэффициенте расстройки, равном нулю, т. е. когда масса упругоинерционного тела равна нулю и оно превращается в простое упругое тело. Нетрудно видеть, что при $z = 0$ формула (8) превращается в формулу (9). Таким образом, упругое тело – это частный случай более общего упругоинерционного тела.

При резонансе (равенстве собственной частоты колебаний упругоинерционного тела частоте приложенной силы) коэффициент расстройки равен единице, а коэффициент усиления – бесконечная величина. Это соответствует бесконечному смещению тела с течением времени t . Нарастание, смещения тела с течением времени при резонансной настройке будет происходить по закону

$$x = -\frac{F'}{2\sqrt{k/m}} t \cos pt. \quad (10)$$

Из сказанного видно, насколько сложнее закономерности взаимодействия упругоинерционного тела с периодической силой, чем взаимодействие просто упругого тела. Можно сказать также, что поведение упругого тела под действием периодической силы однозначно, в то время как упругоинерционное тело на такое воздействие реагирует по-разному.

1.2.2. Вязкие инерционные реологические тела

Закономерности смещения вязкоинерционного реологического тела (рис. 1, б) в условиях нагружения его периодической силой, меняющейся по гармоническому закону, описываются дифференциальным уравнением второго порядка относительно смещения

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} = F' \sin \omega t, \quad (11)$$

где $F' = F/m$ – единичная возмущающая сила, т. е. сила, приходящаяся на единичную массу.

Вязкоинерционное тело характеризуется параметром n , называемым приведенным (к единичной массе m) коэффициентом вязких сопротивлений, или просто коэффициентом вязкости ($n = c/m$). Решив уравнение (11), получим соотношение между приложенной силой и смещением тела. Если это соотношение выразить через напряжение и деформацию, то оно примет вид реологического уравнения вязкоинерционного феноменологического тела:

$$x = \frac{1}{\omega^2 \sqrt{1 + x^2}} F' \sin(\omega t + \varphi). \quad (12)$$

Поскольку для вязких тел реологическое уравнение связывает возникающие напряжения со скоростью деформации, рассмотрим зависимость скорости смещения вязкоинерционного тела от величины приложенной к нему периодической силы. Это соотношение имеет вид

$$\dot{x} = \frac{1}{\omega \sqrt{1 + x^2}} F' \cos(\omega t + \varphi), \quad (13)$$

где $\varphi = \text{arctg } \chi$ – угол сдвига фаз между перемещением и возмущающей силой; $\chi = n/\omega$ – коэффициент демпфирования.

Анализируя соотношение (13), констатируем, что скорость смещения вязкоинерционного тела для данной возмущающей силы зависит не только от коэффициента вязкости, но и от частоты

воздействия нагружающей силы. При этом угол сдвига фаз между возмущающей периодической силой и скоростью смещения равен φ . В то же время известно, что при нагружении простейшего вязкого реологического тела (для этого на рис. 1, б примем $m = 0$) скорость смещения и нагружающая сила находятся в соотношении

$$\dot{x} = \frac{\omega}{\chi} F' \sin \omega t, \quad (14)$$

т. е. скорость смещения обратно пропорциональна коэффициенту вязких сопротивлений, не зависит от частоты изменения нагружающей силы и находится с ней в одной фазе. Для выявления особенностей поведения вязкоинерционного тела по сравнению с поведением простого вязкого тела запишем соотношение (13) в виде

$$\dot{x} = \frac{\omega}{n} \frac{\chi}{\sqrt{1 + \chi^2}} F' \cos(\omega t + \varphi). \quad (15)$$

Сравнив зависимости (14) и (15), видим, что амплитудное значение скорости смещения вязкоинерционного тела меньше амплитудного значения скорости смещения вязкого тела на величину $\chi / \sqrt{1 + \chi^2}$. Чем меньше вязкие сопротивления, тем меньше амплитуда скорости смещения вязкоинерционного тела, и только при очень больших вязких сопротивлениях амплитудные значения скоростей их смещения могут стать близкими. Угол сдвига фаз между смещением вязкоинерционного тела и нагружающей силой меняется от 0 до 90° , уменьшаясь с возрастанием вязких сопротивлений.

1.2.3. Пластические инерционные реологические тела

Основные проблемы теории поведения пластических инерционных тел заключаются в математической формулировке соотношений между напряжениями и деформациями, соответствующих феноменологическому описанию пластических деформаций.

Особо важно установить критерии начала пластических деформаций. Пластические деформации наступают только при достижении определенного уровня напряжений, называемого пределом текучести или пределом упругости. Пластическая деформация связана с проскальзыванием элементарных частиц тела относительно друг друга.

По достижении предела текучести начинается пластическое течение, под которым подразумевается процесс пластической деформации. При этом не следует смешивать понятие пластического течения с принятием течения в обычном смысле: например, с течением жидкости. При течении жидкости происходит движение частиц среды, при пластическом течении просто непрерывно изменяется деформация объекта, а скорость пластического течения является скоростью деформации.

Закономерности смещения простейшего пластично-инерционного тела с коэффициентом пластичности k_n , сопротивлением пластическому сдвигу F_n и массой m (рис. 1, в) в условиях нагружения его периодической силой, меняющейся по гармоническому закону, описываются дифференциальным уравнением второго порядка относительно смещения:

$$m\ddot{x} = F \sin \omega t - \text{sign}(\dot{x})F_n. \quad (16)$$

Уравнение (16) нелинейно вследствие наличия члена $\text{sign}(\dot{x})F_n$, учитывающего действие сил сопротивления пластическому смещению. Член $\text{sign}(\dot{x})F_n$, в зависимости от характера пластических деформаций тела, может скачкообразно менять свой знак, не изменяясь при этом по величине, и менять не только знак, но и величину – например, при отрицательном значении скорости x обращаясь в нуль.

Возможность двух режимов деформации пластично-инерционного тела аналитически может быть выражена следующим образом:

- в первом случае

$$\text{sign}(\dot{x}) = \begin{cases} +1 & \text{при } \dot{x} > 0, \\ -1 & \text{при } \dot{x} < 0; \end{cases} \quad (17)$$

- во втором случае

$$\text{sign}(\dot{x}) = \begin{cases} +1 \text{ при } \dot{x} > 0, \\ 0 \text{ при } \dot{x} < 0. \end{cases} \quad (18)$$

Рассмотрим первый случай пластического деформирования пластично-инерционного реологического тела под действием периодической силы, меняющейся по гармоническому закону.

Линеаризуем силу сопротивления пластического смещения реологического тела, сделав подстановку

$$\text{sign}(\dot{x})F_{\text{п}} = \frac{4}{\pi} F_{\text{п}}[\dot{x}], \quad (19)$$

где $[\dot{x}]$ – единичная безразмерная скорость пластического смещения тела.

В первом приближении будем считать, что деформация тела происходит по гармоническому закону¹, при этом единичная безразмерная скорость смещения имеет вид

$$[\dot{x}] = \cos(\omega t + \varphi), \quad (20)$$

где φ – угол сдвига фаз между нагружающей периодической силой и смещением пластично-инерционного тела.

Подставив значение $\text{sign}(\dot{x})F_{\text{п}}$ согласно (19) и (20) в уравнение (16), получим

$$m\ddot{x} = F \sin \omega t - \frac{4}{\pi} F_{\text{п}} \cos(\omega t + \varphi). \quad (21)$$

Преобразуем дифференциальное уравнение (21) и приведем его к виду, более удобному для решения:

$$\ddot{x} = -F'[(1 + f \sin \varphi) \sin \omega t - f \cos \varphi \cos \omega t], \quad (22)$$

где $F' = F/m$ – амплитудное значение единичной периодической нагружающей силы; $f = 4F_{\text{п}}/\pi F$ – коэффициент, определяющий со-

¹ Принципиально нетрудно решить это более точно, считая, что деформация происходит по полигармоническому закону.

отношение сил сопротивления пластическому смещению и нагружающей силы.

Для обеспечения смещения пластично-инерционного реологического тела под действием периодической возмущающей силы необходимо, чтобы значение коэффициента f не превышало единицы.

Решив уравнение (22), получим соотношение между периодической нагружающей силой, смещением и скоростью смещения пластично-инерционного тела:

$$x = -\frac{F'}{\omega^2} \sqrt{1 - f^2} \sin(\omega t + \varphi); \quad (23)$$

$$\dot{x} = -\frac{F'}{\omega} \sqrt{1 - f^2} \cos(\omega t + \varphi), \quad (24)$$

где $\varphi = \text{arctg}(-f)$.

Из приведенных соотношений видно, что амплитуды и скорости смещения имеют отрицательные значения и в зависимости от величины коэффициента соотношения сил сопротивления пластическому смещению реологического тела и амплитудного значения возмущающей силы меняются от нуля до максимального значения; угол сдвига фаз в соответствии с величиной сопротивлений пластическому смещению меняется от 180 до 870°.

Зависимость между периодической нагружающей силой, меняющейся по гармоническому закону, смещением и скоростью смещения можно считать гармонической лишь в первом приближении; на самом деле она носит более сложный, полигармонический характер.

В каждом специальном случае, требующем особой точности решения, функция $\text{sign}(\dot{x})F_{\text{п}}$ может быть разложена в ряд Фурье с таким количеством членов разложения, которое обеспечит получение желаемого результата.

Глава 2. МЕХАНОРЕОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ СО СРЕДОЙ

2.1. Общие принципы моделирования рабочих процессов

Рассмотренные выше реологические модели и их математические описания могут быть использованы для моделирования процессов, протекающих при взаимодействии рабочих органов строительных машин со средой различного вида. Рассмотрим более подробно процедуру моделирования различных процессов с применением механореологических моделей.

На первом этапе моделирования инженеру необходимо схематизировать процесс, т. е. представить его в виде какой-то расчетной схемы. Для этого инженер собирает и обобщает различные сведения о протекании процесса, исходя из данных технического задания на проектирование объекта (машины), сведений о физико-механических свойствах среды, характере и виде нагружения среды рабочим органом, из возможной реакции среды на воздействие и т. п. Когда инженер в достаточной степени представил процесс и явления, которые происходят в среде при воздействии на него рабочего органа, и принял рациональную область изменения параметров рабочего органа, т. е. область, в которой он будет варьировать теми или иными параметрами (размеры и форма органа, скорости нагружения и диапазон их изменения и т. п.), тогда можно переходить к формированию в первом приближении модели процесса. При этом инженер базируется на феноменологии протекания процесса каждого возможного вида взаимодействия, используя реологические модели, и составляет схему процесса. Например, нам необходимо смоделировать процесс уплотнения грунта штампом, совершающим периодические вертикальные удары по свободной поверхности слоя грунта, расположенного на жестком основании.

Предположим, что мы на основе анализа литературы по механике грунтов или других данных выяснили, что грунт при динамическом нагружении ведет себя как упруговязкопластичное реологическое тело.

В массиве грунта, расположенного под штампом (ядре уплотнения), происходят одновременно упругие, вязкие и пластические деформации (за счет сдвига частичек грунта относительно друг друга). Причем пластические деформации носят необратимый характер, вследствие чего грунт при каждом ударе штампа всё больше и больше уплотняется. Но при этом упругие и вязкие характеристики грунта при каждом ударе возрастают, так как вследствие необратимости пластических деформаций возрастает напряженное состояние грунта. Такая модель процесса в первом приближении показана на рис. 2.

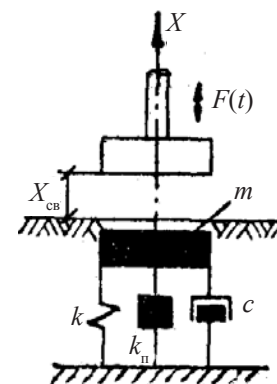


Рис. 2. Феноменологическая модель уплотнения грунта штампом

На модели в направлении ее деформации (ось X) моделируются упругие свойства грунта пружиной с коэффициентом жесткости k , вязкие – демпфером с коэффициентом вязкости c , пластические – пластическим реологическим телом с коэффициентом пластичности k_n . Колеблющаяся масса грунта моделируется инерционным элементом массой m (одномассная модель). Сила, с которой штамп воздействует на грунт, изменяется во времени t и обозначена $F(t)$.

Упруго-вязко-пластическая деформация в грунте в период совместного движения штампа с грунтом описывается уравнением

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_{\text{п}}x = F(t). \quad (25)$$

Свободное движение грунта (в период, когда на грунт не воздействует штамп) имеет вид

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_{\text{п}}x = 0. \quad (26)$$

В уравнениях (25) и (26) x , \dot{x} и \ddot{x} – перемещение, скорость и ускорение массы m соответственно. Значения коэффициентов k , c и $k_{\text{п}}$ переменны, и величина их зависит от величины упрочнения грунта при деформации его штампом при каждом ударе.

Закон изменения коэффициентов k , c и $k_{\text{п}}$ может быть принят на основе проведения специальных экспериментов или подобран при идентификации модели методом аппроксимации результатов каких-либо реальных параметров процесса.

Сила реакции грунта на штамп будет равна

$$N = c\dot{x} + kx + k_{\text{п}}x, \quad (27)$$

где x и \dot{x} и определяются из уравнения (26) путем его решения. Отметим, что решение обыкновенных дифференциальных уравнений при использовании ПК осуществляется методом Рунга – Кутты путем обращения к соответствующей стандартной программе.

Примеры моделирования рабочих процессов строительных машин, которые позволят расширить познания в этой области, приведены в работе [2].

2.2. Моделирование процесса дробления горных пород вибрационными дробилками

Вибрационные дробилки – это сравнительно новое прогрессивное устройство строительной техники. Мировой приоритет в создании такого класса эффективных машин принадлежит советской науке. На вибрационные дробилки (щековые и конусные), создан-

ные в НИИ «Механобр» и ИГД им. А. А. Скочинского, многие развитые страны приобрели лицензии.

Вибрационные дробилки отличаются от традиционных как принципиальным устройством, так и режимом работы [3]. Они представляют собой (рис. 3) механические системы с неполными связями, поэтому закономерности движения дробящих щек определяются не кинематическими параметрами, а формируются в результате воздействия привода и усилий, возникающих при дроблении породы. Существенную роль в формировании закона движения щек играет настройка колебательной системы (собственная частота, соотношение собственных и вынужденных частот, сопротивления в упругой системе, включающей обрабатываемую среду).

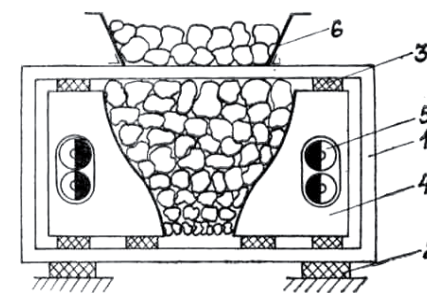


Рис. 3. Схема вибрационной дробилки:
1 – рама; 2 – амортизатор; 3 – рабочая упругая система; 4 – щека; 5 – вибратор; 6 – бункер

В вибрационных щековых дробилках, в отличие от обычных, дробление осуществляется не статическим раздавливанием, а более эффективно – ударом. Ударное дробление реализуется вследствие периодического возникновения зазора между щекой и породой. Зазор возникает от того, что при высокочастотных колебаниях щек порода успевает опускаться в рабочей полости на величину, меньшую величины перемещения щек, и поэтому периодически теряет контакт с дробящей щекой.

Вибрационная дробилка (см. рис. 3) состоит из рамы, установленной с помощью амортизаторов на несущей конструкции. В раме на упругих элементах смонтированы дробящие щеки. Привод щек осуществляется синхронизированными инерционными самосбалансированными вибраторами. На раме дробилки располагается загрузочный бункер, из которого порода самотеком поступает в рабочую полость дробилки и равномерно заполняет ее. При нормальном режиме эксплуатации порода в рабочей полости подвергается воздействиям дробящих щек и находится под напором содержащейся в бункере горной массы.

Расчетная схема вибрационной дробилки под нагрузкой должна учитывать всю совокупность воздействия узлов машины и обрабатываемой среды.

При расчете вибрационной дробилки под нагрузкой необходимо знать динамическую реакцию на щеки горной массы, находящейся в рабочей камере дробления. Исходя из анализа параметров взаимодействия обрабатываемой среды и щек дробилки подбирают параметры вибропривода, амортизаторов, колеблющихся масс и других элементов машины. Таким образом, в первую очередь необходимо смоделировать процесс дробления горной массы и далее перейти к моделированию всей машины. Рассмотрим процедуру моделирования процесса взаимодействия системы «порода – щека дробилки».

2.2.1. Феноменология процесса и механореологическая модель вибрационного дробления

Задача описания законов формирования динамической реакции горной массы в процессе вибрационного дробления достаточно сложная, так как ее величина и характер зависят от физико-химических свойств породы, трещиноватости, однородности, прочности, твердости, вязкости, плотности, влажности, размера, формы, взаимного расположения отдельных кусков породы в камере дробления и т. д. Существенную роль играет степень заполнения камеры дробления горной массой. Кроме того, указанные факторы меняются в процессе эксплуатации дробилки.

Для разработки модели дробимой породы используются методы статистической динамики, которые позволяют определить вероятностные характеристики горной массы, и методы феноменологической реологии, дающие возможность описать деформационно-диссипативные свойства среды применительно к вероятностным параметрам объекта. Феноменологический подход при разработке модели горной массы позволяет воспроизвести принципиально важные особенности процесса вибрационного дробления и обеспечить необходимую точность расчетов подбором параметров модели путем ее последующей идентификации с опытными данными, подвергнутыми статистической обработке.

С одной стороны, модель должна воспроизводить упруго-пластические деформации, гистерезисное рассеяние энергии при циклическом нагружении и хрупкое разрушение реальных горных пород, с другой – описывать движение горной массы в дробильной камере при наличии внутреннего трения и подпора породы, находящейся в бункере.

В соответствии с современными представлениями о механике процесса разрушения горных пород и особенностях процесса дробления в вибрационных щековых дробилках, должны учитываться явления, связанные с образованием уплотненного ядра, обкалыванием выступающих частей кусков породы, а также обусловленное этим нарастание сопротивлений деформированию, постепенное поглощение энергии на развитие трещиноватости и образование новых свободных поверхностей.

С учетом отмеченных требований разработаем модель горной массы и феноменологии процесса вибрационного дробления щековыми дробилками. Для двухщековой дробилки она принята в виде трехмассного инерционного упруго-вязко-пластического реологического тела (рис. 4). В рамках дискретных представлений принято, что общая масса горной породы сосредоточена в трех элементах модели: центральном ядре массы $(1-2\xi) m$, которое при симметричных приложениях нагрузок, имеющих место в двухщековых вибрационных дробилках, в колебаниях не участвует, и двух колеблющихся массах ξm . В действительности кусок горной породы представляет собой систему с распределенными инерционными

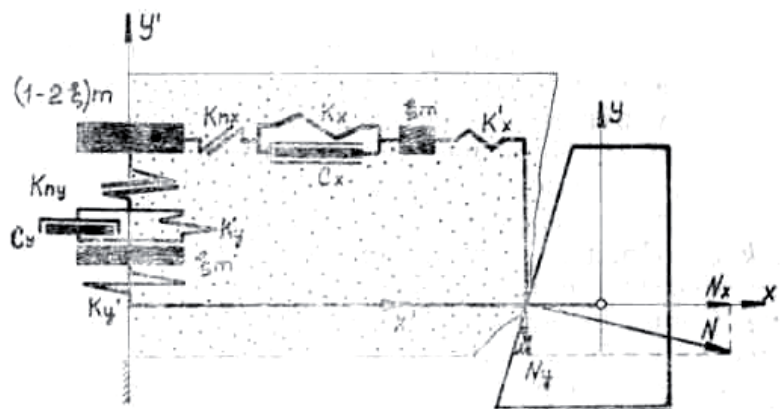


Рис. 4. Феноменологическая модель дробимой горной породы для исследования колебаний дробящих щек

упругими и пластическими свойствами. В процессе дробления по нему от периферии к центру с противоположных сторон от обеих щек распространяются затухающие волны деформации. При этом частицы куска совершают колебания с переменными амплитудами – максимальными на его границах и нулевыми в центре. Для описания такого сложного явления в рамках дискретной модели используется известный прием введения приведенной или эквивалентной колеблющейся массы. В разработанной модели принята приведенная масса ξm , участвующая в колебаниях и составляющая лишь часть общей массы породы, причем коэффициент приведения ξ определяется методом Релея или более точными способами с учетом затухания волны деформации в породе. Упругие свойства породы воспроизводятся упругими элементами модели с коэффициентами жесткости $k'(k'_x, k'_y)$ и $k(k_x, k_y)$. Рассеяние энергии (гистерезисные потери) в области упругих деформаций модели реализуются демпферами с коэффициентами вязких сопротивлений $c(c_x, c_y)$, включенными параллельно упругим элементам k и последовательно упругим элементам k' . Пластические деформации с упрочнением моделируются клиновыми элементами сухого трения, характеризующимися коэффициентом пластической дефор-

мации $k_p(k_{px}, k_{py})$. Процесс трения модели о дробящие щеки оценивается коэффициентами статического $v_{ст}$ и динамического v трения. Сопротивления горной массы, находящейся в рабочей полости дробилки, движению отдельного куска породы от загрузочного отверстия к выходному моделируются демпферами с коэффициентами сопротивления c_y (пропорциональными относительной скорости) и c'_y (пропорциональными абсолютной скорости). Так как процесс дробления рассматривается в системе координат XU , радиальные упруго-вязкие элементы k, c модели для удобства исследования могут быть заменены комбинацией упруго-вязких элементов k'_x, k_x, c_x и k'_y, k_y, c_y , расположенных в направлении соответствующих осей.

2.2.2. Анализ динамических явлений, происходящих в процессе вибрационного дробления

Рассмотрим общий случай взаимодействия упруго-вязкопластической инерционной модели горной массы с вибрационной дробилкой. Поскольку при рассмотрении феноменологии процесса дробления нас в основном интересуют закономерности деформации горной массы, а возможные лишь при несинхронном колебании щек ее перемещения в направлении оси X не представляют интереса, упростим модель породы. Рассмотрим ее взаимодействие только с одной щекой, что вполне допустимо, так как со второй щекой она взаимодействует одновременно и аналогичным образом. Поскольку нагрузки от дробящих щек, действующие на горную породу, равны и направлены навстречу друг другу, они уравновешиваются, и в направлении оси X центр тяжести куска не перемещается. В этом случае в колебаниях принимает участие только часть кусков с массой ξm , взаимодействующая с одной щекой. Более общий случай, когда соударения дробящих щек с горной массой происходят не одновременно, и центральная часть массы горной породы $(1-2\xi)m$ также перемещается в рабочей полости дробилки, рассматривается при исследовании работы дробилки (см. рис. 4).

Введем подвижную систему прямоугольных координат XOY , жестко связанную с дробящей щекой вибрационной дробилки, и неподвижную систему $X'O'Y'$, параллельную подвижным осям и связанную с рамой дробилки. Рассмотрим закономерности процесса вибрационного дробления горной массы для общего случая колебаний щеки в направлении оси X по закону x' . В направлении оси Y колебания щеки отсутствуют. На горную массу, находящуюся в рабочей полости дробилки, постоянно действует сила тяжести F . При этом если кусок горной массы лежит на дробящей щеке, в точке его касания со щекой на него действует реакция в направлении, перпендикулярном поверхности щеки. Пользуясь приведенными на рис. 5 и 6 моделями, нетрудно записать проекции F на оси X, Y :

$$F_x = -mg \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad (28)$$

$$F_y = mg, \quad (29)$$

где α – угол наклона поверхности дробящей щеки к вертикали.

Усилия в месте касания куска, действующие от веса куска на щеку N_x, N_y , равны реакции щеки на кусок, но направлены в противоположные стороны. На участвующую в колебаниях часть куска в процессе дробления наряду с силами тяжести действуют силы упругости $k'_x x', k_x(x + x')$ и $k'_y y', k_y(y + y')$; вязких сопротивлений, моделирующие гистерезисные потери $c_x(\dot{x} + \dot{x}')$, $c_y(\dot{y} + \dot{y}')$; сопротивления, пропорциональные пластическим деформациям материала $k_{пх}(x + x' + x_{yb})$ и $k_{пy}(y + y' + y_{yb})$, или эквивалентные силы хрупкого разрушения, а также сухого трения о поверхность щеки $\operatorname{sign}(\dot{x}) \mu N_y$, $\operatorname{sign}(\dot{y}) \mu N_x$.

Поскольку движение куска в рабочей камере дробилки происходит в стесненных условиях (в среде дробимой горной массы), возникают дополнительные сопротивления его перемещению – сопротивления среды. Примем, что последние пропорциональны относительной \dot{y} и абсолютной $(\dot{y} + \dot{y}')$ скоростям перемещения куска в рабочей полости дробилки, а также коэффициентам вязких сопротивлений c_y, c'_y . Сопротивления движению куска в рабочей

полости дробилки, пропорциональные абсолютной скорости, равны $c_y(\dot{y} + \dot{y}')$. Здесь принято: x', y' – перемещения щеки вибрационной дробилки в направлении осей X и Y (в рассматриваемом случае щека совершает только горизонтальные колебания, поэтому $y' = 0$).

Таким образом, процесс упруго-вязкой деформации модели дробимой горной массы в вибрационной щековой дробилке в проекциях на оси X, Y в относительных координатах будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений (координаты X и Y отсчитываются от положения статического равновесия системы):

$$\xi m \ddot{x} + (k'_x + k_x)x + c_x \dot{x} = -\xi m \ddot{x}' - c_x \dot{x}' - k_x x' - F_x^*; \quad (30)$$

$$\xi m \ddot{y} + c_y \dot{y}(k'_y + k_y)y = -\xi mg - c_y \dot{y}' - k_y y' - F_y^*, \quad (31)$$

где F_x^*, F_y^* – подпор горной массы, находящейся в загрузочном бункере, на горную породу в камере дробления, действующий в направлении осей X, Y .

Упруго-вязкие деформации горной массы в камере дробления происходят до того момента, пока не будут достигнуты напряжения, соответствующие началу пластических деформаций (или хрупкого разрушения). Пластические деформации горной массы начинаются при выполнении условия

$$k_x(x + x') + c_x(\dot{x} + \dot{x}') = F_{п.н}; \quad (32)$$

$$k_y(y + y') + c_y(\dot{y} + \dot{y}') = F_{п.н}, \quad (33)$$

где $F_{п.н}$ – нагрузка, соответствующая началу пластических деформаций (хрупкого разрушения) горной массы в камере дробления.

Пластические деформации (хрупкое разрушение) горной породы описываются уравнениями

$$\xi m \ddot{x} + k_{пх}(x - x_{yв.к}) = -\xi m \ddot{x}' + F_x^*; \quad (34)$$

$$\xi m \ddot{y} + k_{\text{пв}}(y - y_{\text{ув.к}}) = -\xi mg - F_y^*, \quad (35)$$

где $x_{\text{ув.к}}, y_{\text{ув.к}}$ – смещения горной породы в направлении осей X, Y в конце упруго-вязких деформаций.

Скольжение горной массы по щеке дробилки может начаться в том случае, если силы упруго-вязкой (или пластической) деформации превзойдут силы трения ее о поверхность дробящей плиты щеки. Силы $F_x \sin \alpha$ и $F_y \cos \alpha$ действуют в плоскости щеки, деформируют горную массу и стремятся передвинуть ее по поверхности щеки. Силы $F_x \cos \alpha$ и $F_y \sin \alpha$ действуют в перпендикулярном направлении; они также деформируют горную массу, прижимая ее к поверхности щеки. Горная масса находится в контакте с дробящей щекой без проскальзывания лишь при условии, что суммарная сдвигающая сила $F_x \sin \alpha - F_y \cos \alpha$ не превосходит по абсолютной величине предельного значения силы статического трения $\mu_{\text{ст}}(F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha)$ горной массы о поверхность щеки. Если сдвигающая сила превзойдет силу статического трения, горная масса начнет скользить по щеке. Давление дробящей щеки в направлении осей X, Y , оказываемое на горную породу, находящуюся в рабочей камере, на этапе как упруго-вязких, так и пластических деформаций (хрупкого разрушения) определяют по выражениям

$$F_x = k'_x x; \quad (36)$$

$$F_y = k'_y y. \quad (37)$$

Условие начала скольжения горной массы на стадии как упруго-вязких, так и пластических деформаций (хрупкого разрушения) записывается следующим образом:

$$|k'_x x \sin \alpha - k'_y y \cos \alpha| \geq \mu_{\text{ст}} |k'_x x \cos \alpha + k'_y y \sin \alpha|. \quad (38)$$

Уравнения скольжения горной массы по поверхности щеки на стадии как упруго-вязких, так и пластических деформаций (хрупкого разрушения) имеют вид

$$\xi m \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = -m \ddot{x}' - c_x \dot{x}' - k_x x' - \text{sign}(\dot{x}) \mu (k'_x \cos \alpha + k'_y y \sin \alpha) \cos \alpha + F_x^*; \quad (39)$$

$$\xi m \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -\xi mg - \text{sign}(\dot{y}) \mu (k'_x x \cos \alpha + k'_y y \sin \alpha) \sin \alpha + F_y^*. \quad (40)$$

Поскольку в уравнения (39) и (40) входит сила сухого трения, они являются нелинейными. В зависимости от знака скорости движения горной массы относительно щеки сила трения меняет направление, что соответствующим образом учтено зависимостями

$$\text{sign}(\dot{x}) = \begin{cases} +1 & \text{при } \dot{x} > 0, \\ -1 & \text{при } \dot{x} < 0; \end{cases} \quad \text{sign}(\dot{y}) = \begin{cases} +1 & \text{при } \dot{y} > 0, \\ -1 & \text{при } \dot{y} < 0. \end{cases}$$

Сила сухого трения меняется также в зависимости от величины реакции горной массы на дробящую щеку. Поэтому в приведенных уравнениях значения реакций F_x, F_y горной массы в направлении осей X, Y должны подставляться в соответствии с характером деформаций, имеющих место в момент скольжения.

Дробимая горная масса будет находиться в контакте со щекой до тех пор, пока ее реакция на щеку не станет равной нулю:

$$F_x = F_y = 0. \quad (41)$$

При выполнении этого условия дробимая горная масса теряет контакт со щекой и начинает падать в условиях стесненного движения в камере дробления.

Рассмотрим закономерности движения горной массы в направлении оси Y (от загрузочного к выходному отверстию). В данном случае существенное значение имеет взаимодействие горной массы в дробильной камере с массой, находящейся в загрузочном бункере. Поскольку нас интересует преимущественно феноменология процесса дробления, а перемещения горной массы необходимо знать лишь для установления моментов начала деформации

породы, влияние горной массы в разгрузочном бункере учтем силой подпора F_y , действующей на породу в камере дробления.

Тогда дифференциальное уравнение стесненного движения горной массы в рабочей камере дробилки в направлении оси Y без контакта с дробящими щеками запишется в виде

$$m_y \ddot{y} + (c_y + c'_y) \dot{y} = -mg + c'_y \dot{y} + F_y^* \quad (42)$$

Свободное падение куска в камере дробления прекращается в момент совпадения координат горной массы и щеки, что имеет место при выполнении условия

$$x' = x - y \operatorname{tg} \alpha \quad (43)$$

Второй член в правой части приведенного выражения учитывает опускание горной массы в рабочей камере и угол наклона дробящей плиты.

В процессе дробления на щеку действуют силы реакции от разрушаемой горной массы:

- при отсутствии проскальзывания горной массы по щеке

$$N_x = -F_x \quad (44)$$

$$N_y = -F_y \quad (45)$$

- при скольжении горной массы по щеке

$$N_x = \operatorname{sign}(\dot{x}) \mu (k'_x x \cos \alpha + k'_y y \sin \alpha) \cos \alpha \quad (46)$$

$$N_y = \operatorname{sign}(\dot{y}) \mu (k'_x x \cos \alpha + k'_y y \sin \alpha) \sin \alpha \quad (47)$$

В свою очередь, на горную массу в процессе скольжения действуют усилия, равные по величине и обратные по знаку.

Описанные упруго-вязко-пластические деформации (хрупкое разрушение) совершаются за счет энергии привода, подводимой к дробимой породе щекой вибрационной дробилки. При каждом ходе щек породе сообщается определенная энергия, которая затрачивается на упруго-вязкие и пластические деформации, образова-

ние новых поверхностей (развитие трещин и разрушение), преодоление внутреннего и внешнего трения и т. д. Обычно энергии, сообщенной дробимой породе за один ход щеки вследствие ограниченности амплитуды ее колебаний, оказывается недостаточно для полного разрушения – в кусках породы происходит увеличение и раскрытие существующих трещин, обкалываются острые выступы, возникают деформации. Только после сообщения породе энергии, необходимой для образования новых свободных поверхностей, произойдет ее измельчение до кусков заданной крупности.

При исследовании дробления в вибрационной дробилке по работанному выше феноменологическим зависимостям завершение процесса определяется либо по моменту достижения напряжениями в породе предела прочности, либо по величине удельной энергии, сообщенной породе в процессе необратимых деформаций. Первый критерий используется при исследовании процесса дробления единичного куска породы. В данном случае силовой критерий является более приемлемым, так как полученные феноменологические зависимости позволяют определить рост внутренних напряжений в кусках по мере развития процесса дробления. Поэтому при выполнении расчетов на ПК предусматривается операция сравнения внутренних напряжений в модели куска горной массы с пределом прочности исследуемой породы. Совпадение указанных показателей свидетельствует о завершении процесса дробления.

При исследовании дробления горной массы лучше принять энергетический критерий. При дроблении больших объемов горной массы, заполняющей камеру, различные куски находятся в разных стадиях разрушения, поэтому критерий достижения заданного уровня напряжений оказывается неприемлемым. Энергетический же критерий является наиболее точным. При выполнении расчетов с использованием энергетического критерия программа должна предусматривать операцию сравнения величины необратимых затрат при дроблении горной массы с контрольными. Совпадение этих показателей свидетельствует о завершении процесса дробления.

Энергетический критерий процесса дробления принят с учетом усовершенствованной энергетической объемной гипотезы Кирпичёва – Кика, дающей наилучшее совпадение с опытными данными, а также с учетом исследований процесса дробления в щековых дробилках, выполненных А. В. Бауманом и более поздними исследователями. Согласно этим исследованиям, работа дробления пропорциональна величине упругой деформации дробимой породы, зависящей от свойств породы, ее объема и степени измельчения. В разработке методики процесс дробления ставится в зависимость от необратимых вязкопластических деформаций и хрупкого разрушения. Такой подход позволяет более полно отразить физические закономерности процесса дробления, однако применение его возможно только на основе разработанных в настоящей методике феноменологических упруго-вязко-пластических инерционных моделей дробимой горной массы, позволяющих также моделировать хрупкое разрушение породы в процессе дробления.

2.3. Моделирование процесса вибротранспортирования сыпучих сред

В строительной технологии широко используют виброконвейеры для транспортирования различных сыпучих сред и штучных грузов, особенно горячих, пылящих и химически агрессивных. При транспортировании грузов на небольшие расстояния они намного экономичнее по энергоемкости, металлоемкости и другим параметрам, чем винтовые, скребковые и ленточные конвейеры. Конструктивно виброконвейеры гораздо проще перечисленных транспортирующих машин, так как состоят лишь из грузонесущего желоба круглого или прямоугольного сечения, опирающегося посредством амортизаторов (винтовых пружин или плоских ресор) на фундамент или раму, и вибратора, приводимого в движение электродвигателем, чаще всего посредством клиноременной передачи. Аналогичны по устройству и принципу действия вибропитатели (применяемые для равномерной подачи сыпучих материалов из расходных бункеров), вибродозаторы (служащие для дозирова-

ния материалов: например, при производстве бетонов и растворов) и другие технологические агрегаты вибрационного действия, предназначенные для перемещения различных грузов.

Принцип действия вибротранспортирующих машин основан на использовании эффекта инерционности тел. Например, если грузу, который лежит на днище виброконвейера, сообщить виброорганом ускорение, большее ускорения свободного падения ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$), то в момент, когда движение днища начнет замедляться, груз за счет сил инерции продолжит перемещение в направлении, сообщенном ему движением. При этом груз, оторвавшись от днища грузонесущего органа, совершает микрополет (свободное движение) над плоскостью виброоргана и далее, потеряв приобретенное количество движения, под действием силы тяжести опять упадет на днище виброоргана. Если колебания виброоргана периодические, то и груз будет периодически перемещаться по виброоргану. Такое движение груза называют виброперемещением в режиме с непрерывным подбрасыванием. Наиболее простым и эффективным режимом транспортирования сыпучих грузов является режим, при котором рабочий орган совершает направленные простые гармонические колебания под некоторым углом в сторону транспортирования. Угол между направлением колебаний и плоскостью днища виброконвейера называют углом вибраций β . Вибротранспортирование можно осуществлять по горизонтам, а также под некоторым (до 12°) углом α вверх или под уклон. Вообще существует множество видов и режимов вибротранспортирования [3], но мы в учебных целях рассмотрим лишь приведенный выше вид транспортирования, который также широко используется в практике и поэтому требует изучения.

2.3.1. Феноменология процесса и механореологическая модель вибротранспортирования сыпучих грузов

В силу происходящих сложных внутрислоевых процессов в период взаимодействий слоя с грузонесущим органом и аэродинамических сопротивлений, возникающих при вибротранспортиро-

вании слоя сыпучей среды, моделирование процесса виброперемещения сыпучих грузов является непростой задачей. Причем, как показывает практика создания и эксплуатации вибротранспортирующих машин, из-за того что при их проектировании использовались слишком упрощенные модели груза, многие существующие машины работают далеко не в оптимальных режимах, что снижает их эксплуатационные возможности и эффективность использования. Для повышения эффективности вибротранспортирующих машин необходимо на стадии их проектирования учитывать все особенности взаимодействия грузонесущего виброоргана со слоем сыпучего груза для нахождения оптимальных режимов транспортирования. Рассмотрим этот процесс [5, 6].

В качестве транспортируемого материала будем рассматривать сыпучие (несвязанные) мелкодисперсные среды типа природного песка со средним эквивалентным шару размером частиц $d_{\text{экв}} = 0,3-0,5$ мм (смесь фракций 0,14–5 мм) и объемной массой 1300–1500 кг/м³. Высота транспортируемого слоя на виброконвейере, как правило, не превышает 200 мм; в этом случае слой транспортируется сплошным ядром без существенного отставания в скорости перемещения верхних слоев от нижних, т. е. эффект возможного послонного транспортирования материала можно не учитывать.

Примем, что виброорган совершает простые гармонические направленные колебания по закону $\eta = A \sin \omega t$, где A – амплитуда; ω – круговая частота колебаний.

Процесс вибротранспортирования будем рассматривать в режиме установившегося движения с непрерывным подбрасыванием, с периодом свободного движения (микрополет слоя над днищем виброоргана), кратным периоду колебаний виброоргана (т. е. один микрополет слоя над днищем происходит за один период колебаний виброоргана). Такой режим транспортирования наиболее эффективен [3, 5, 6]. В этом случае коэффициент динамичности виброоргана удовлетворяет условию

$$1,2 \leq \Gamma = (A\omega^2 \sin \beta) / g \leq 3,8,$$

где β – угол вибрации; $g = 9,81$ м/с².

Примем также, что ширина желоба виброконвейера больше высоты транспортируемого слоя. В этом случае, как показал опыт, можно не учитывать сопротивление движению слоя, оказываемое стенками желоба вследствие имеющегося трения. Считая днище виброоргана достаточно жестким, а вибротранспортируемый слой материала однородным и одинаковой высоты, принимаем, что слой движется относительно днища виброоргана как одно целое, совершая плоскопараллельное движение.

Поскольку скорость движения слоя при вибротранспортировании не превышает скорости движения виброоргана, которая составляет $A\omega = 0,5-0,6$ м/с (исходя из условия $1,2 \leq \Gamma \leq 3,8$), то возможным изменением плотности среды (воздуха), в которой происходит виброперемещение, допустимо пренебречь [5, 6].

При принятых выше условиях и допущениях в рассматриваемой задаче существует минимум два характерных вида движения слоя: совместное (с днищем виброоргана) и свободное (микрополет слоя над днищем виброоргана), причем на каждом этапе на слой действуют силы, присущие только рассматриваемому виду движения. Такие задачи сводятся к изучению движения существенно нелинейных механических систем и в большинстве случаев решаются методом поэтапного интегрирования. Для этого необходимо принять модель, способную описывать механику реального процесса виброперемещения на каждом этапе движения, и для каждого этапа составить дифференциальные уравнения движения такой модели, а также определить условия и моменты для перевода решения от одного этапа движения к другому (т. е. выбрать начальные условия для решения уравнений, описывающих каждый вид движения).

Составим феноменологическую механореологическую модель транспортируемого слоя для каждого характерного вида движения (рис. 5, 6). Модель на этапе совместного движения составлена с учетом внутрислоевых процессов, происходящих в слое при его динамическом нагружении виброорганом. При этом на основе анализа проведенных исследований [3, 5] выявлено и принято, что при нагружении слоя виброорганом в нем от действия сил инерции

слоя происходят упруго-вязкие деформации (пластическими для несвязанных сред можно пренебречь), которые достаточно точно моделируются реологической моделью Фойгта (см. таблицу). Поскольку среда однородна, то упруго-вязкие сопротивления, возникающие в слое, проявляются во всех направлениях идентично.

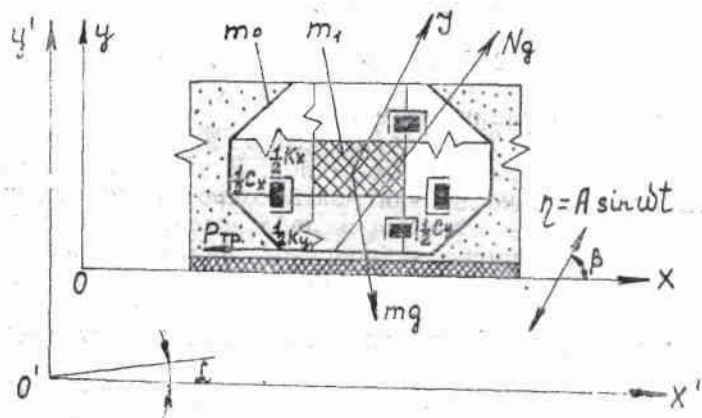


Рис. 5. Модель транспортируемого слоя на этапе совместного движения

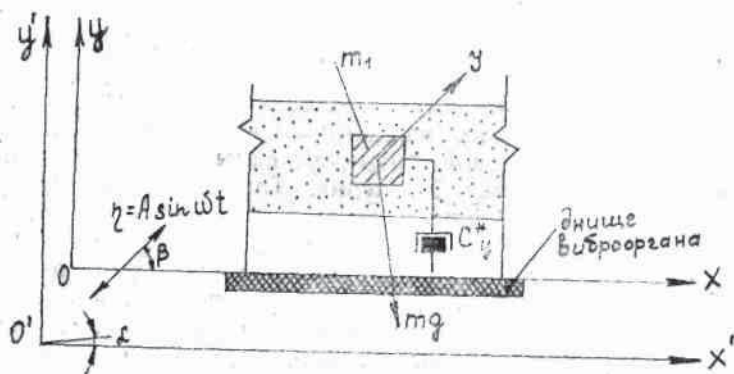


Рис. 6. Модель транспортируемого слоя на этапе свободного движения

Рассмотрим процессы, имеющие место при перемещении слоя на этапе свободного движения. При отрыве слоя и в процессе его микрополета между нижней границей слоя и дном будет происходить изменение давления воздуха (разрежение – при увеличении и избыточное давление – при уменьшении подслоевого пространства). Вследствие изменения пространства, ограниченного дном виброоргана и слоем, заполнение его будет осуществляться путем фильтрации воздуха через слой. Таким образом, на движение слоя на этапе его свободного перемещения будет влиять сопротивление, вызванное изменением давления газа в подслоевом пространстве, обусловленное фильтрацией газа через слой. Как известно, изменение давления газа (аэродинамическое сопротивление при фильтрации) пропорционально скорости его движения, причем если при ламинарном режиме фильтрации давление прямо пропорционально скорости фильтрации, то при турбулентном – квадратичной функции скорости. Режим фильтрации также существенно зависит от размеров каналов фильтрационной модели. Фильтрационные свойства сыпучих сред описываются с помощью капиллярной модели, размер каналов которой определяется фракционным составом слоя материала. В рассматриваемой нами задаче для сыпучих сред со средним размером частиц не более 0,5 мм ламинарный режим фильтрации соответствует скорости фильтрации, не превышающей 0,5–0,6 м/с, что, заметим, соответствует максимальной скорости колебаний виброоргана (для принятой области значений параметра Γ).

Следовательно, можно предположить, что скорость фильтрации газа, которая равна относительной скорости движения слоя на этапе свободного движения, также не превышает 0,5–0,6 м/с. Таким образом, можно заключить, что сопротивление, обусловленное фильтрацией воздуха через слой в подслоевое пространство, будет прямо пропорционально скорости движения слоя относительно дна виброоргана. Сила сопротивления при фильтрации газа через слой вследствие изменения давления газа под слоем будет действовать строго в направлении наименьшего аэродинамического сопротивления слоя материала, т. е. по высоте слоя, или,

что то же самое, строго перпендикулярно днищу виброконвейера. Таким образом, мы однозначно установили вид силы сопротивления при фильтрации газа через слой и ее направление.

В общем случае на всех этапах движения, кроме сил инерции, на слой будет также действовать сила аэродинамического сопротивления воздуха, обусловленная лобовым сопротивлением воздуха движению свободной поверхности слоя в этой среде. Эта сила, вполне очевидно, будет пропорциональна абсолютной скорости движения слоя в пространстве. Кроме перечисленных сил, на этапе совместного движения на слой будет действовать сила внешнего трения в зоне взаимодействия днища виброоргана и слоя. Эта сила, как известно, зависит от коэффициента трения двух соприкасающихся сред (слоя и днища) и силы нормальной реакции слоя на днище. Кроме того, она всегда направлена перпендикулярно силе нормальной реакции слоя на днище, т. е. сила трения будет действовать только вдоль плоскости днища виброконвейера в направлении, обратном движению слоя.

Для окончательного выбора вида модели необходимо по возможности оценить величины всех сил и в случае их незначительности не учитывать эти силы при анализе процесса, что весьма упростит решение задачи.

В качестве критерия оценки сил следует принимать основную силу, определяющую динамику изучаемого процесса. Для рассматриваемого случая такой силой является масса транспортируемого слоя, так как, напомним, вибротранспортирование основано на эффекте использования инерционных свойств грузов (периодические микроброски груза). Если провести анализ оценки сил, то увидим, что сила нормального давления, сила трения, а также силы внутренних сопротивлений, возникающих в слое при его деформации, явно значимы, так как они соизмеримы с силами инерции слоя материала. Для оценки силы сопротивления фильтрации газа через слой (если ее сложно вычислить) можно воспользоваться опытными данными. Например, известно, что слой цемента высотой больше 100 мм вибрационным способом не транспортируется, так как вакуум, образующийся под слоем, удерживает его на

поверхности днища виброоргана и не позволяет слою совершить микробросок. По этой же причине не транспортируется в режиме с непрерывным подбрасыванием бетон.

Вибротранспортирование бетона осуществляется только под уклон за счет того, что при вибрации он разжижается, и со снижением коэффициента трения бетон скользит по виброжелобу вниз. Из приведенных примеров можно заключить, что сила аэродинамического сопротивления фильтрации газа в подслоевом пространстве соизмерима с силами инерции слоя, а в некоторых случаях даже превосходит их. Заметим, что если днище виброконвейера выполнить газонепроницаемым, то значительно снизится влияние силы аэродинамического сопротивления фильтрации газа через слой и появится возможность обеспечить виброперемещение сред с низкой газопроницаемостью слоя. Поэтому данную силу следует также учитывать при моделировании процесса виброперемещения мелкодисперсных сыпучих сред.

Оценить силу лобового сопротивления набегающего потока воздуха на свободную поверхность слоя можно по известным зависимостям из курса гидравлики. При движении прямоугольной пластины в воздухе со скоростью 0,5–0,6 м/с, соответствующей скорости в принятой нами области изменения параметра Γ , лобовым сопротивлением воздуха при движении в нем слоя (пластины) можно пренебречь, так как максимальная его величина на три порядка меньше массы слоя.

На этапе совместного движения слоя с днищем виброоргана (см. рис. 5) (с момента падения до момента отрыва слоя от днища) на слой действуют силы: тяжести mg , трения слоя о днище $F_{тр}$, реакции днища Ng и инерции I , величина и направление которой непрерывно изменяются в зависимости от ускорения колебаний днища виброоргана.

Силу реакции днища виброоргана Ng , проектируя ее на ось X и Y , можно представить в виде двух результирующих: силы нормальной реакции днища N и сдвигающей силы, действующей в горизонтальном направлении. Силы N и $F_{сдв}$ стремятся деформировать слой (массу m_1 относительно рамки m_0) соответственно в вертикальном и горизонтальном направлениях, чему препятствуют восстанавлива-

ющие силы упругих и вязких сопротивлений, возникающих в слое (модель Фойгта). На модели (см. рис. 5) упругие свойства слоя в направлениях осей OX и OY моделируются упругими элементами с коэффициентом упругих сопротивлений k_x и k_y . Вязкие свойства слоя моделируются в направлениях осей X и Y демпферами с коэффициентами вязких сопротивлений соответственно c_x и c_y . Массу слоя моделируем инерционным элементом m_1 и считаем, что вся масса слоя сосредоточена в этом элементе. Внешняя граница слоя изображена безинерционной рамкой ($m_0 = 0$). Соответствующие модельные элементы на схеме соединены с массой параллельно и отображают упругие и вязкие свойства слоя соответственно в продольном и поперечном направлениях, как в модели Фойгта. Если X и Y есть текущие координаты центра тяжести слоя, отображающие деформацию слоя относительно днища соответственно в направлении осей OX и OY , то на участке совместного движения восстанавливающие силы упругих связей будут соответственно равны $k_x x$ и $k_y y$. Вязкие сопротивления слоя при принятых условиях будут прямо пропорциональны относительным скоростям деформации слоя в направлении осей OX , OY и равны $c_x \dot{x}$ и $c_y \dot{y}$.

При движении слоя в контакте с днищем виброоргана на границе взаимодействия слоя и днища будет действовать сила сухого трения $F_{тр}$. Эта сила действует только в направлении оси OX и так же, как и сила Ng , исчезает, как только прерывается контакт нижней границы слоя с поверхностью днища виброоргана.

На этапе свободного движения (см. рис. 6) от момента отрыва до момента падения слоя на днище на слой действуют сила тяжести $m_1 g$ и сила сопротивления F_{ϕ} , обусловленная деформацией прослойки среды, находящейся между слоем и днищем виброоргана, и связанной с этим фильтрацией ее через поры в слое. Направление силы F_{ϕ} , очевидно, будет перпендикулярно поверхности слоя и днища виброоргана, так как отношение длины слоя, расположенного на вибротранспортирующем органе, к высоте транспортируемого слоя больше единицы и, следовательно, аэродинамическое сопротивление слоя в направлении высоты слоя будет меньше, чем в направлении его длины.

Таким образом, поскольку поток газа устремляется в направлении меньших сопротивлений, то сила сопротивления фильтрации воздуха через слой и днище виброоргана будет действовать на слой только в направлении движения слоя, нормальном к плоскости днища виброоргана, т. е. только в направлении оси OY . В направлении оси OX подобная сила сопротивления отсутствует. На рис. 6 сопротивление газовой среды, действующей на слой в направлении оси Y , моделируется демпфером (модель Ньютона) с коэффициентом вязкого сопротивления c_{y*} . Соответственно, сила вязкого сопротивления среды будет равна $F_{\phi} = c_{y*} \dot{y}$, где \dot{y} – скорость потока газа, проходящего через слой, равная скорости движения слоя относительно днища виброоргана. Сила F_{ϕ} действует на слой только на этапе свободного движения и исчезает, как только нижняя граница слоя коснется днища виброоргана.

Фильтрационные свойства среды будут учитываться демпферами, моделирующими вязкие свойства слоя на этапе совместного движения (см. рис. 5).

2.3.2. Анализ динамики вибротранспортирования слоя сыпучей среды

Анализ динамики виброперемещения слоя проводят определением основных зависимостей, характеризующих параметры вибротранспортирования, к которым в первую очередь относятся: средняя скорость транспортирования (в зависимости от параметров вибрации грузонесущего виброоргана и свойств груза), нагрузка, испытываемая виброорганом от действия груза, и энергия, затрачиваемая на процесс транспортирования. При анализе процесса также стремятся установить его характерные режимы, позволяющие найти рациональные режимы транспортирования, например такие, при которых осуществлялось бы транспортирование слоя материала без скольжения. При отсутствии движения проскальзыванием снижается износ днища виброоргана. Также следует ожидать улучшения условий передачи количества движения слою материала от виброоргана; при этом снижаются непроизводительные затраты энергии на процесс транспортирования.

Для анализа динамики движения слоя по виброоргану введем подвижную систему координат XOY , жестко связанную с днищем виброоргана, и неподвижную систему координат $X'O'Y'$, оси которых параллельны подвижным осям (см. рис. 5 и 6). В этом случае закон движения виброоргана в проекции на координатные оси $X'O'Y'$ запишется в виде

$$\begin{cases} y' = A \sin(\alpha + \beta) \sin \omega t, \\ x' = A \cos(\alpha + \beta) \sin \omega t; \\ \dot{y}' = A\omega \sin(\alpha + \beta) \cos \omega t, \\ \dot{x}' = A\omega \cos(\alpha + \beta) \cos \omega t; \\ \ddot{y}' = -A\omega^2 \sin(\alpha + \beta) \sin \omega t, \\ \ddot{x}' = -A\omega^2 \cos(\alpha + \beta) \sin \omega t, \end{cases} \quad (50)$$

где A – амплитуда; ω – частота колебаний виброоргана; β – угол вибрации; α – угол наклона днища виброоргана к горизонту.

В общем случае при вибротранспортировании слоя могут существовать два вида его движения: свободное движение и совместное движение слоя с днищем. Причем в период совместного движения могут быть этапы движения слоя с днищем без его скольжения относительно днища и со скольжением.

Для удобства дальнейшего анализа задачи введем обозначения координат X и Y , отображающих текущее смещение центра тяжести слоя относительно днища виброоргана. Обозначим на модели через X и Y координаты центра тяжести элемента массой m_1 относительно днища виброоргана; аналогично обозначим через X_0 и Y_0 координаты относительного движения рамки (масса m_0) по отношению к виброоргану.

Рассмотрим сначала динамику перемещения модели на этапе совместного движения слоя с виброорганом. При совместном движении системы без скольжения в слое происходят только упруго-вязкие деформации. Тогда смещение центра тяжести слоя (элемента m_1) на неподвижные оси координат можно записать в виде

$$y' = A \sin \omega t \sin(\alpha + \beta) y_1; \quad (51)$$

$$x' = A \sin \omega t \cos(\alpha + \beta) x_1. \quad (52)$$

Согласно принципу Даламбера

$$m_1 \ddot{y}' = \sum F_{yi}; \quad (53)$$

$$m_1 \ddot{x}' = \sum F_{xi}, \quad (54)$$

где F_{yi} и F_{xi} – сумма сил, действующих соответственно в направлении координат Y' и X' .

При ускорении движения днища и относительном движении слоя в отсутствие проскальзывания (когда происходит лишь деформация слоя) сумма сил, приложенных к центру тяжести слоя, согласно принятой динамической модели (см. рис. 5) запишется в виде

$$\sum_{i=1}^4 F_{yi} = -m_1 g \cos \alpha - k_y y - c_y \dot{y}_1; \quad (55)$$

$$\sum_{i=1}^3 F_{xi} = -m_1 g \sin \alpha - k_x x - c_x \dot{x}_1, \quad (56)$$

где $m_1 g$ – сила слоя; $k_y y_1$ и $k_x x_1$ – силы упругого сопротивления слоя, действующие соответственно в направлении осей OY и OX ; $c_y \dot{y}_1$ и $c_x \dot{x}_1$ – силы вязкого сопротивления слоя, действующие соответственно в направлении осей OY и OX .

Дифференцируя дважды выражения (51) и (52), получим

$$\ddot{y}' = -A\omega^2 \sin \omega t \sin(\alpha + \beta) + \ddot{y}_1; \quad (57)$$

$$\ddot{x}' = -A\omega^2 \sin \omega t \cos(\alpha + \beta) + \ddot{x}_1. \quad (58)$$

Подставив выражение (57) и (58) в (53) и (54), с учетом (55) и (56) окончательно получим уравнения, характеризующие совместное движение слоя на этапе упруго-вязкой деформации без скольжения по виброоргану:

$$m_1 \ddot{y}_1 = m_1 A \omega^2 \sin \omega t \sin(\alpha + \beta) - m_1 g \cos \alpha - k_y y_1 - c_y \dot{y}_1; \quad (59)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 A \omega^2 \sin \omega t \cos(\alpha + \beta) - m_1 g \sin \alpha - k_x x_1 - c_x \dot{x}_1. \quad (60)$$

На этапе движения слоя скольжением на него будут действовать следующие силы: N – нормальной реакции; $F_{\text{тр}}$ – трения; $m_1 g$ – вес слоя. Движение слоя на оси OY будет описываться уравнением (59).

По оси OX движение массы m_1 будет более сложным. Она будет смещаться относительно рамки m_0 от действия сил инерции и действия переменной во время силы трения скольжения $F_{\text{тр}}$ (так как изменяется сила N). Одновременно рамка m_0 вместе с массой m_1 будет скользить относительно виброоргана. В результате получается сложное движение массы m_1 относительно виброоргана. Данную динамическую систему (элемент m_1 и рамка m_0) с двумя степенями свободы можно выразить, используя уравнение Лагранжа второго ряда. Запишем уравнения:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \dot{x}'_1} \right) - \frac{\partial T_1}{\partial x'_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x'_1} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial \dot{x}'_1} = F_1(t); \quad (61)$$

- для рамки с массой $m_0 = 0$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_0}{\partial \dot{x}'_0} \right) - \frac{\partial T_0}{\partial x'_0} + \frac{\partial U_0}{\partial x'_0} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial \dot{x}'_0} = F_0(t), \quad (62)$$

где $F_1(t) = m_1 g \sin \alpha$; $F_0 = \text{sign}(\dot{x}) \mu' N$ – вынуждающая сила, действующая соответственно на m_1 и на рамку; $J_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}'_1{}^2$, $T_0 = 0$ – кинетическая энергия m_1 и рамки; $U_1 = \frac{1}{2} k_x (x'_0 - x'_1)^2$, $U_0 = \frac{1}{2} k_x (x'_1 - x'_0)^2$ – потенциальная энергия деформированных упругих элементов; $\Phi_1 = \frac{1}{2} c_x (\dot{x}'_0 - \dot{x}'_1)^2$, $\Phi_0 = \frac{1}{2} c_x (\dot{x}'_1 - \dot{x}'_0)^2$ – диссипативные функции, учитывающие рассеяние энергии в демпферах; μ' – коэффициент трения скольжения материала о днище виброоргана; α – угол наклона виброоргана.

Знак силы $F_{\text{тр}}$ выбирается из условия

$$\text{sign}(\dot{x}) = \begin{cases} + \text{ при } x_0 < 0, \\ - \text{ при } x_0 > 0. \end{cases}$$

Дифференцируя по частным производным, получаем

$$\frac{\partial T_1}{\partial x'_1} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial x'_0} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \dot{x}'_1} \right) = m_1 \ddot{x}'_1;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_0}{\partial \dot{x}'_0} \right) = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x'_1} = k_x (x'_1 - x'_0), \quad \frac{\partial U_2}{\partial x'_0} = k_x (x'_0 - x'_1);$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \dot{x}'_1} = c_x (\dot{x}'_1 - \dot{x}'_0); \quad \frac{\partial \Phi_0}{\partial \dot{x}'_0} = c_x (\dot{x}'_0 - \dot{x}'_1).$$

Подставляя полученные выражения в уравнения (61) и (62), получаем

$$m_1 \ddot{x}'_1 + k_x (x'_1 - x'_0) + c_x (\dot{x}'_1 - \dot{x}'_0) = g m_1 \sin \alpha; \quad (63)$$

$$k_x (x'_0 - x'_1) + c_x (\dot{x}'_0 - \dot{x}'_1) = \text{sign}(\dot{x}) \mu' N. \quad (64)$$

Обозначим относительную скорость $(\dot{x}'_1 - \dot{x}'_0)$ и относительное перемещение $(x'_1 - x'_0)$ массы m_1 относительно рамки на этапе скольжения соответственно через \dot{x} и x и запишем значение для \ddot{x}'_1 :

$$\ddot{x}'_1 = \ddot{x}' + \ddot{x}_0 + \ddot{x},$$

где \ddot{x} – ускорение массы m_1 относительно рамки.

Окончательно представим уравнения (63) и (64) в следующем виде:

$$m_1 \ddot{x}_0 = -m_1 \ddot{x}' - m_1 \ddot{x} - c_x \dot{x} - k_x x + m_1 g \sin \alpha; \quad (65)$$

$$c_x \dot{x} + k_x x = -\text{sign}(\dot{x}) \mu' N. \quad (66)$$

Решая уравнение (66), можно найти ускорение \ddot{x} , скорость \dot{x} и перемещение x массы m_1 относительно рамки, т. е. упругую деформацию слоя на этапе скольжения. Подставляя полученные значения в уравнение (65), можно найти ускорение \ddot{x}_0 , скорость \dot{x}_0 и перемещение x_0 рамки относительно виброоргана. Таким образом, решая полученную систему уравнений, можно найти перемещение массы m_1 относительно виброоргана x_1 на этапе скольжения с учетом упругих деформаций слоя:

$$x_1 = x_0 + x.$$

На участке свободного движения (см. рис. 6) на слой действуют силы тяжести (m_1g) и аэродинамического сопротивления F_ϕ воздуха.

Уравнения относительного движения слоя в направлении осей X и Y можно записать в виде

$$m_1 \ddot{y}_1 = m_1 A \omega^2 \sin \omega t \sin(\alpha + \beta) - m_1 g \cos \alpha - c_y^* \dot{y}_1; \quad (67)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 A \omega^2 \sin \omega t \cos(\alpha + \beta) + m_1 g \sin \alpha. \quad (68)$$

Полученные дифференциальные уравнения (59), (60), (65)–(68) характеризуют все возможные виды движения слоя при его транспортировании виброконвейером, работающим в режиме прямолинейных гармонических колебаний, удовлетворяющих условию $1,2 \leq \Gamma \leq 3,8$.

Для нахождения средней скорости транспортирования необходимо найти скорости перемещения слоя на всех этапах его движения за один полный цикл движения и сложить их. Для вычисления скоростей на каждом характерном этапе необходимо решить полученные выше уравнения, определив начальные условия.

Приведем решение уравнений (59), (60), (65)–(68).

Относительное перемещение и скорость массы m_1 на этапе упругой деформации на оси Y найдем в результате решения уравнения (59):

$$y_1 = A \sin(\alpha + \beta) \left[k_1 e^{\frac{x_1 \omega}{z_y}(t-t_H)} + k_2 e^{\frac{x_0 \omega}{z_y}(t-t_H)} + c_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + D_1 \right]; \quad (69)$$

$$\dot{y}_1 = A \omega \sin(\alpha + \beta) \left[\frac{x_1}{z_y} k_1 e^{\frac{x_1 \omega}{z_y}(t-t_H)} + \frac{x_2}{z_y} k_2 e^{\frac{x_2 \omega}{z_y}(t-t_H)} - c_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t \right], \quad (70)$$

где

$$n_y = \frac{c_y}{2m_1}; n_x = \frac{c_x}{2m_1}; P_y^2 = \frac{k_y}{m_1};$$

$$P_x^2 = \frac{k_x}{m_1}; n_y^* = \frac{c_y^*}{2m_1}; z_y = \frac{\omega}{P_y};$$

$$v_y = \frac{n_y}{P_y}; D_1 = -\frac{z_y^2}{\Gamma_1}; x_{1,2} = -v_y \pm \sqrt{v_y^2 - 1};$$

$$\Gamma_1 = \frac{A \omega^2 \sin(\alpha + \beta)}{g \cos \alpha}; B_1 = \frac{(1 - z_y^2) z_y^2}{(1 - z_y^2) + 4v_y^2 z_y^2};$$

$$c_1 = \frac{-2v_y z_y^3}{(1 - z_y^2)^2 + 4v_y^2 z_y^2};$$

$$k_1 = \frac{1}{x_2 - x_1} \left[-z_y \dot{\xi}_{\text{ны}} + (z_y B_1 - x_2 c_1) \cos \omega t_H - (x_2 B_1 + z_y c_1) \sin \omega t_H - x_2 D_1 \right];$$

$$k_2 = \frac{1}{x_2 - x_1} \left[z_y \dot{\xi}_{\text{ны}} - (z_y B_1 - x_1 c_1) \cos \omega t_H + (x_1 B_1 + z_y c_1) \sin \omega t_H + x_1 D_1 \right];$$

$$\dot{\xi}_{\text{ны}} = \frac{\dot{y}_H}{A \omega \sin(\alpha + \beta)};$$

на оси OX – путем решения уравнения (60):

$$x_1 = A \cos(\alpha + \beta) \left[k_3 e^{\frac{t-t_H}{z_3}} + k_4 e^{\frac{t-t_H}{z_4}} + c_2 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t + D_2 \right]; \quad (71)$$

$$\dot{x}_1 = A \omega \cos(\alpha + \beta) \left[\frac{x_{1x}}{z_x} k_3 e^{\frac{t-t_H}{z_3}} + \frac{x_{2x}}{z_3} k_4 e^{\frac{t-t_H}{z_4}} - c_2 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t \right], \quad (72)$$

где

$$z_x = \frac{\omega}{P_x}; z_3 = \frac{z_x}{x_{1x}\omega}; z_4 = \frac{z_x}{x_{2x}\omega}; v_x = \frac{n_x}{P_x};$$

$$x_{1,2x} = -v_x \pm \sqrt{v_x^2 - 1}; D_2 = -\frac{\omega^2 g \sin \alpha}{p_x^2 A \omega^2 \cos(\alpha + \beta)};$$

$$B_2 = \frac{(1 - z_x^2) z_x^2}{(1 - z_x^2) + 4v_x^2 z_x^2}; c_2 = \frac{-2z_x^3 v_x^2}{(1 - z_x^2)^2 + 4v_x^2 z_x^2};$$

$$k_3 = \frac{-\dot{\xi}_H z_x - \cos \omega t_H (x_{2x} c_2 - z_x B_2) - \sin \omega t_H (x_{2x} B_2 + z_x c_2) - x_{2x} D_2}{x_{2x} - x_{1x}};$$

$$k_4 = \frac{\dot{\xi}_H z_x + \cos \omega t_H (x_{2x} c_2 - z_x B_2) - \sin \omega t_H (x_{1x} B_2 + z_x c_2) + x_{1x} D_2}{x_{2x} - x_{1x}};$$

$$\xi = \frac{\dot{x}_H}{A \omega \cos(\alpha + \beta)}.$$

Перемещение скорости массы m_1 относительно рамки на этапе скольжения находим путем решения уравнения (66):

$$x = \frac{D_3}{k_x} - B_5 \sin \omega t + c_5 \cos \omega t - \frac{c_4}{c_x D_4} e^{\frac{t-t_p}{z_1}} - \frac{B_4}{c_x D_5} e^{\frac{t-t_p}{z_2}} + \frac{c}{c_x} e^{\frac{k_x t}{c_x}}; \quad (73)$$

$$x = -B_5 \omega \cos \omega t - c_5 \omega \sin \omega t - \frac{c_4}{c_x D_4 z_1} e^{\frac{t-t_p}{z_1}} - \frac{B_4}{c_x D_5 z_2} e^{\frac{t-t_p}{z_2}} - \frac{k_x c}{c_x^2 e^{c_x t}}, \quad (74)$$

где

$$B_5 = \frac{B_3 k_x + c_3 c_x \omega}{c_x^2 \omega^2 + k_x^2}; c_5 = \frac{B_3 \omega c_x + c_3 k_x}{c_x^2 \omega^2 + k_x^2};$$

$$D_3 = -\text{sign}(\dot{x}_1) \mu A \sin(\alpha + \beta) k_y D_1; z_1 = \frac{z_y}{\omega^2 x_1};$$

$$B_3 = \text{sign}(\dot{x}_1) \mu A \sin(\alpha + \beta) (k_y B_1 - \omega c_y c_1); z_2 = \frac{z_y}{\omega x_2};$$

$$c_3 = \text{sign}(\dot{x}_1) \mu A \sin(\alpha + \beta) (k_y c_1 + c_y \omega B_1);$$

$$c_4 = \text{sign}(\dot{x}_1) \mu A \sin(\alpha + \beta) \left(k_y + \frac{c_y}{z_1} \right) k_1;$$

$$B_4 = \text{sign}(\dot{x}_1) \mu A \sin(\alpha + \beta) k_2 \left(k_y + \frac{c_y}{z_2} \right);$$

$$D_4 = \frac{c_x + z_1 k_x}{z_1 c_x}; D_5 = \frac{c_x + z_2 k_x}{z_2 c_x};$$

$$c = \left(x_H c_x - \frac{D_3 c_x}{k_x} + B_5 c_x \sin \omega t_H - c_5 c_x \cos \omega t_H + \frac{c_4}{c_x D_4} e^{\frac{t_H - t_H}{z_1}} - \frac{B_4}{c_x D_5} e^{\frac{t_H - t_H}{z_2}} \right) e^{c_x t_H},$$

где t_H – момент падения слоя материала на виброорган.

Перемещение и скорость рамки m_0 относительно виброоргана находим путем решения уравнения (65):

$$x_0 = \frac{k_5 t^2}{2} - B_6 \frac{\sin \omega t}{\omega^2} - c_6 \frac{\cos \omega t}{\omega^2} + D_6 z_1^2 e^{\frac{t-t_p}{z_1}} + k_6 z_2^2 e^{\frac{t-t_p}{z_2}} + \frac{c}{c_x e^{k_9 t}} + k_7 t + k_8; \quad (75)$$

$$x_0 = k_5 t - B_6 \frac{\cos \omega t}{\omega} + c_6 \frac{\sin \omega t}{\omega} + D_6 z_1 e^{\frac{t-t_p}{z_1}} + k_6 z_2 e^{\frac{t-t_p}{z_2}} + \frac{ck_x}{c_x^2 e^{c_x}} + k_7; \quad (76)$$

где

$$k_7 = \frac{B_6}{\omega} \cos \omega t_H - \frac{c_6}{\omega} \sin \omega t_H - D_6 z_1 e^{\frac{t_H-t_p}{z_1}} - k_6 z_2 e^{\frac{t_H-t_p}{z_2}} - \frac{ck_x}{c_x^2 e^{k_9 t_H}} - k_5 t_H + \dot{x}_H;$$

$$k_9 = \frac{k_x}{c_x}; \quad k_5 = g \sin \alpha - \frac{D_3}{m_1};$$

$$k_8 = \frac{B_6}{\omega^2} \sin \omega t_H + \frac{c_6}{\omega^2} \cos \omega t_H - D_6 z_1^2 e^{\frac{t_H-t_p}{z_1}} - k_6 z_2^2 e^{\frac{t_H-t_p}{z_2}} - \frac{c}{c_x e^{k_9 t_H}} - \frac{k_5 t_H^2}{2} - k_7 t_H;$$

$$B_6 = A \omega^2 \cos(\alpha + \beta) + B_5 \frac{k_x}{m_1} + \frac{c_x}{m_1} c_5 \omega - B_5 \omega^2;$$

$$c_6 = -c_5 \frac{k_x}{m_1} + \frac{c_x}{m_1} B_5 \omega + c_5 \omega^2;$$

$$D_6 = \frac{k_x c_4}{m_1 c_x D_4} + \frac{c_x c_4}{m_1 c_x D_4 z_1} + \frac{c_4}{c_x D_4 z_1^2};$$

$$k_6 = \frac{k_x B_4}{m_1 c_x D_5} + \frac{c_x B_4}{m_1 c_x D_5 z_2} + \frac{B_4}{c_x D_5 z_2^2}.$$

Таким образом, используя полученные уравнения (72)–(76), можно найти перемещение x_1 и скорость \dot{x}_1 массы m_1 относительно виброоргана на этапе скольжения с учетом упругой деформации слоя на этом этапе: $x_1 = x + x_0$, $\dot{x}_1 = \dot{x} + \dot{x}_0$.

Относительное перемещение и скорость слоя на этапе полета по оси OY находим путем решения уравнения (65):

$$y_1 = A \sin(\alpha + \beta) \left[k_{11} + k_{12} e^{-x_y \omega(t-t_H)} + c_7 \cos \omega t + B_7 \sin \omega t + D_7 \omega t \right]; \quad (77)$$

$$\dot{y}_1 = A \omega \sin(\alpha + \beta) \left[-x_y k_{12} e^{-x_y \omega(t-t_H)} - c_7 \sin \omega t + B_7 \cos \omega t + D_7 \right], \quad (78)$$

где

$$k_{12} = \frac{1}{x_y} (-\dot{\xi}_H + B_7 \cos \omega t_H - c_7 \sin \omega t_H + D_7);$$

$$k_{11} = \frac{1}{x_y} \dot{\xi}_H - \left(c_7 + \frac{B_7}{x_y} \right) \cos \omega t_H + \left(\frac{c_7}{x_y} - B_7 \right) \sin \omega t_H + D_7 \left(\omega t_H + \frac{1}{x_y} \right);$$

$$x_y = \frac{2n_y^*}{\omega}; \quad B_7 = \frac{1}{1 + x_y^2};$$

$$\dot{\xi}_H = \frac{\dot{y}_H}{A \omega \sin(\alpha + \beta)}; \quad c_7 = -\frac{x_y}{1 + x_y^2}; \quad D_7 = -\frac{1}{\Gamma_1 x_y}.$$

Перемещение и скорость по оси OX находим путем решения уравнения (68):

$$x_1 = -A \cos(\alpha + \beta) \sin \omega t_{\text{н}} + 0,5g \sin \alpha t_{\text{н}}^2 + l_1 t_{\text{н}} + l_2; \quad (79)$$

$$\dot{x}_1 = -A\omega \cos(\alpha + \beta) \cos \omega t_{\text{н}} + g \sin \alpha t_{\text{н}} + l_1, \quad (80)$$

где $l_1 = x_{\text{н}} + A\omega \cos(\alpha + \beta) \cos \omega t_{\text{н}} - g \sin \alpha t_{\text{н}}$; $l_2 = A \cos(\alpha + \beta) \sin \omega t_{\text{н}} - 0,5g \sin \alpha t_{\text{н}}^2 - l_1 t_{\text{н}}$.

Определим моменты перехода от одного вида движения слоя к другому и начальные условия для решения уравнений (68)–(80).

Момент перехода от совместного движения к полету $t_{\text{от}}$ (момент отрыва слоя от днища) определяется путем приравнивания нулю силы нормальной реакции слоя на днище виброоргана ($N = k_y y_1 + c_y \dot{y}$) и решения трансцендентного уравнения $k_y y_1 + c_y \dot{y}_1 = 0$. При этом начальное перемещение на этапе полета принимается равным нулю ($y_{\text{н}} = 0$ и $x_{\text{н}} = 0$), а начальная скорость в момент отрыва слоя находится из уравнений движения слоя на предыдущем этапе:

$$\dot{y}_{\text{н}} = \dot{y}_1(t_{\text{от}}), \quad \dot{x}_{\text{н}} = \dot{x}_1(t_{\text{от}}).$$

Момент перехода от этапа полета к совместному движению $t_{\text{п}}$ (момент падения слоя) находится путем приравнивания к нулю перемещения слоя относительно виброоргана $y_1(t) = 0$. При этом сразу определяется вид движения слоя на следующем этапе. Если $F < F_{\text{тр}}$ (где $F = k_x x_1 + c_x \dot{x}_1$; $F_{\text{тр}} = \mu(k_y y_1 + c_y \dot{y}_1)$) определяются в момент времени $t = t_{\text{п}} + \Delta t$, то движение слоя осуществляется без скольжения (упругая деформация) и $y_i = 0$, $x_i = 0$, $\dot{y}_i = \dot{y}_1(t_{\text{п}})$, $\dot{x}_i = \dot{x}_1(t_{\text{п}})$. Если $F > F_{\text{тр}}$, то движение осуществляется скольжением, а начальные условия будут следующими: для уравнений (72), (73) $x_{\text{н}} = 0$, $\dot{x}_{\text{н}} = 0$; для уравнений (74), (75) $x_{\text{н}} = 0$, для уравнения (79) $\dot{x}_{\text{н}} = \dot{x}_1(t_{\text{п}})$.

Момент начала скольжения $t_{\text{с}}$ на этапе совместного движения определяется из условия равенства сдвигающей слой силы силе трения покоя слоя о днище виброоргана: $k_x x_1 + c_x \dot{x}_1 = \mu'(k_y y_1 + c_y \dot{y}_1)$ (μ' – коэффициент трения покоя). При этом для уравнений (73), (75) $x_{\text{н}} = 0$, $\dot{x}_{\text{н}} = 0$, а для уравнений (72), (73), где $\dot{x}_1(t_{\text{с}})$ и $x_1(t_{\text{с}})$ – пе-

ремещение и скорость массы m относительно виброоргана на этапе упругой деформации в момент $t_{\text{с}}$.

Момент перехода от скольжения к этапу упругой деформации t_y находится в результате приравнивания к нулю скорости рамки относительно виброоргана $\dot{x}_0(t) = 0$. При этом $x_{\text{н}} = x(t_y)$, $\dot{x}_{\text{н}} = \dot{x}(t_y)$, где $x(t_y)$ и $\dot{x}(t_y)$ – перемещение и скорость массы m_1 относительно рамки на этапе скольжения в момент времени t_y .

Используя найденные начальные условия процесса движения слоя на отдельных этапах, вычислим скорость вибротранспортирования. Она равна суммарному перемещению слоя на всех этапах его движения за один цикл, умноженному на число циклов в единицу времени:

$$v = \Delta \left[\int_{t_{\text{от}}}^{t_0} (\dot{x}' + \dot{x}_1) d\omega t + \int_{t_y}^{t_{\text{к.у}}} (\dot{x}' + \dot{x}_1) d\omega t + \int_{t_{\text{с}}}^{t_{\text{к.с}}} (\dot{x}' + \dot{x}_1) d\omega t \right], \quad (81)$$

где Δ – число циклов движения слоя в единицу времени (при одно-периодном движении слоя Δ равно частоте колебаний виброоргана); $t_{\text{к.у}}$ – момент окончания этапа упругой деформации, $t_{\text{к.у}} = t_{\text{от}}$ или $t_{\text{с}}$; $t_{\text{к.с}}$ – момент окончания этапа скольжения, $t_{\text{к.с}} = t_{\text{от}}$ или t_y ; \dot{x}' – скорость виброоргана.

Первый член в скобках уравнения (81) характеризует перемещение слоя на этапе микрополета, второй – упругую деформацию слоя, третий – перемещение на этапе скольжения.

Силовое взаимодействие слоя с виброорганом на этапе упругой деформации слоя определяется следующими выражениями:

$$\left. \begin{array}{l} \text{по оси } Y \quad F_y = k_y y_1 + c_y \dot{y}', \\ \text{по оси } X \quad F_x = k_x X_1 + c_y \dot{x}' \end{array} \right\} \quad (82)$$

где значения Y , \dot{y} и X , \dot{x} определяются по уравнениям (68)–(71).

На этапе скольжения сила F_y определяется по уравнению (82), а сила, действующая на грузонесущий орган в направлении оси X , будет иметь вид

$$F_x' = \text{sign}(\dot{x}) \mu F_y. \quad (83)$$

На свободном этапе движения слоя на виброорган действуют силы аэродинамического сопротивления

$$F_y = c_y^* \dot{y}_1. \quad (84)$$

При решении уравнений (82)–(84) начальные условия выбирают в соответствии с началом и окончанием соответствующих видов движения. Параметры модели $k_y, k_x, c_y, c_x, c_y^*$ могут быть определены экспериментально или аналитически по методике, изложенной в работе [6].

На основе приведенных зависимостей в СПбГАСУ разработана программа, которая позволяет проанализировать всевозможные режимы транспортирования и определить скорость вибротранспортирования различных сыпучих материалов в зависимости от режимов вибрации виброоргана (A, ω, β, α), а также соответствующие нагрузки на виброорган со стороны слоя.

Рекомендуемая литература

1. *Баловнев В. И.* Дорожно-строительные машины и комплексы [Текст] / В. И. Баловнев. – Омск : Изд-во СибАДИ, 2001.
2. *Баловнев В. И.* Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов СДМ [Текст] / В. И. Баловнев. – М. : Машиностроение, 1994.
3. *Демаков Е. И.* Лабораторный вибрационный сепаратор с инерционным виброприводом [Текст] / Е. И. Демаков // Вестник ИрГТУ. – 2007. – № 1 (29). – Т. 2. – С. 14–27.
4. *Демаков Е. И.* Разработка упруго-вязко-пластичной механореологической модели процесса вибрационной сепарации слоистого сырья [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Е. И. Демаков. – Иркутск, 2008. – 20 с.
5. *Лапшин В. Л.* Упруго-вязко-пластичная модель для моделирования процессов вибросепарации [Текст] / В. Л. Лапшин, Е. И. Демаков // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008. – № 12. – С. 285–288.
6. *Лапшин В. Л.* Упруго-вязко-пластичная механореологическая модель для оценки упруго-вязких свойств минералов при моделировании процессов вибросепарации [Текст] / В. Л. Лапшин, Е. И. Демаков // Механика – XXI веку : сб. докл. VI Всерос. науч.-техн. конф. – Братск : ГОУ ВПО «БрГУ», 2007. – С. 67–71.
7. *Сизиков С. А.* К вопросу о скорости вибротранспортирования сыпучих материалов виброорганом с газопроницаемым днищем [Текст] / С. А. Сизиков, С. Н. Земзеров, К. С. Рушелюк // Повышение эффективности использования машин в строительстве : межвуз. сб. тр. / Л. : ЛИСИ, 1983. – С. 63–70.
8. *Сизиков С. А.* К вопросу создания агрегатов для обработки сыпучих материалов вибропневматическим способом [Текст] / С. А. Сизиков, С. Н. Земзеров // Повышение эффективности использования машин в строительстве : межвуз. сб. тр. / Л. : ЛИСИ, 1984. – С. 146–153.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Фундаментальные реологические тела и общие принципы формирования обобщенных реологических моделей	6
1.1. Реологические модели для моделирования квазистатических процессов нагружения.....	7
1.2. Реологические модели для моделирования динамических процессов нагружения.....	11
Глава 2. Механореологическое моделирование процессов взаимодействия рабочих органов со средой	20
2.1. Общие принципы моделирования рабочих процессов.....	20
2.2. Моделирование процесса дробления горных пород вибрационными дробилками.....	22
2.3. Моделирование процесса вибротранспортирования сыпучих сред.....	34
Рекомендуемая литература	57

Учебное издание

Евтюков Сергей Аркадьевич
Овчаров Алексей Александрович
Замараев Игорь Вячеславович

ПОСТРОЕНИЕ МЕХАНОРЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧИХ ОРГАНОВ СТРОИТЕЛЬНО-ДОРОЖНЫХ МАШИН СО СРЕДОЙ

Учебное пособие

Редактор О. Д. Камнева
Корректоры А. А. Стешко, М. А. Молчанова
Компьютерная верстка А. А. Стешко

Подписано к печати 28.04.11. Формат 60×84¹/₁₆. Бум. офсетная.
Усл. печ. л. 3,5. Тираж 350 экз. Заказ 30. «С» 13.
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.
Отпечатано на ризографе. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 5

ДЛЯ ЗАПИСЕЙ