МАТЕМАТИКА

А.О. Юлина
старший преподаватель
Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет
Санкт-Петербург, Российская Федерация

МЕХАНИКА О.И. СОМОВА

Сомов Осип Иванович оставил богатое научное наследие в математике и механике. В теоретической механике он является одним из основателей общего аналитического метода постановки и решения фундаментальных задач кинематики и динамики. Эти задачи он великолепно выполняет, используя интегральное и дифференциальное исчисление, аппарат теории эллиптических функций, векторный анализ. Все вопросы механики Сомов рассматривает в тесной взаимосвязи с математикой. В его фундаментальных работах блестяще показано как математический анализ помогает раскрывать законы движения и действия сил природы с одной стороны, а с другой как механика помогает развитию аналитических и геометрических методов исследования.

Однако же работы академика Сомова незаслуженно забыты. Поэтому в данной работе я попытаюсь восполнить этот пробел.

Ключевые слова: *О.И. Сомов, теоретическая механика, математический анализ.*

A.O. Yulina
Senior Lecturer
St. Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering
St. Petersburg, Russian Federation

MECHANICS O.I. SOMOV

Somov Osip Ivanovich left a rich scientific heritage in mathematics and mechanics. In theoretical mechanics, he is one of the founders of the general analytical method for setting and solving fundamental problems of kinematics and dynamics. He performs these tasks superbly, using integral and differential calculus, the apparatus of the theory of elliptic functions, and vector analysis. Somov considers all questions of mechanics in close connection with mathematics. His fundamental works brilliantly show how mathematical analysis helps to reveal the laws of motion and action of the forces of nature, on the one hand, and on the other hand, how mechanics helps the development of analytical and geometric methods of research.

However, the works of Academician Somov are undeservedly forgotten. Therefore, in this work I will try to fill this gap.

Keywords: *O.I. Somov, theoretical mechanics, mathematical analysis.*

DOI: 10.25791/intstg.2.2023.1400

В динамике Сомов первый представил законченное аналитическое решение задачи о вращении твердого тела около неподвижной точки с помощью аппарата эллиптических функций [11, 12].

Изложение кинематики с помощью векторного анализа также является заслугой Осипа Ивановича Сомова. Большая часть статей Сомова в этом направлении его научной работы вошли в его учебник «Рациональная механика» [1–10]. Поэтому далее подробно проанализируем этот фундаментальный труд.

Читая курс механики в Санкт-Петербургском университете, Сомов разрабатывал изложение своих лекций рациональной механики, стараясь разъяснить начала и теории, а также упростить доказательства многих предложений и приемов для решения различных вопросов. Учебник Сомова предназначен студентам, изучающим физико-математические науки в университетах. Преподавание теоретической механики в классических (академических) школах, по мнению Сомова, должно быть направлено не только на ознакомление обучающихся с основными истинами, на которые опирается вся наука, но также и «изощрение учащихся в математическом анализе и геометрии». Математический анализ помогает раскрывать основные законы движения, а механика помогает развитию аналитических и геометрических методов исследования. История дифференциального и интегрального исчисления показывает,

что механика была постоянно источником вопросов, для решения которых придумывали новые способы интегрирования функций и уравнений. Два внушительных тома Механики Эйлера представляют, можно сказать, сборники задач интегрального исчисления. В аналитической механике Лагранжа четко виден общий метод, следуя которому из одной формулы выводятся решения всех вопросов одного рода. Лекции по динамике Карла Якоби посвящены примерам, объясняющим способы интегрирования дифференциальных уравнений канонического вида и уравнений в частных производных первого порядка. Физико-математические исследования о гравитационных потенциалах, электричестве и магнетизме, теплоте, упругости, звуке, свете представляет учение о свойствах функций, их различных разложений в ряды и об интегрировании линейных уравнений в частных производных. Таким образом, между анализом, геометрией, механикой и математической физикой существует тесная связь, которую великолепно продемонстрировал Сомов в своей «Рациональной механике» [1].

Механика Лагранжа это геометрия четырех измерений, в которой к трем измерениям пространства присоединяется четвертое – время. Согласно этому взгляду, силы и массы не определяются в анализе, как величины особого рода, так как силы выражаются линиями, а массы отношениями сил, однако анализируя реальные движения, мы вынуждены принимать во внимание конкретное значение силы, как причину движения, в следствии этого вопросы механики распадаются на два рода: кинематические и динамические. Ампер первый раскрыл важность и ясность учения о геометрических свойствах движения и об отношениях между скоростями различных частей машины, независимо от понятий силы и массы. Понселе первым продвинул мысли Ампера, читая лекции в Парижском факультете в 1838–1839 годах. После этого разработка кинематических вопросов стала активно распространяться. Сомов также как и Бур, разделил рациональную механику на кинематику, статику и динамику. К кинематике отнес только общие геометрические вопросы о движении точки и неизменяемой системы, другие же специальные кинематические вопросы, относящиеся к частным теориям, такие как вопросы деформации твердого тела и движение жидкости не отделяет от динамики. Решение вопросов о скоростях и ускорениях в движении точки основывает на однообразных методах, которые представляют собой обобщенные методы дифференциального исчисления и которые назвал методами геометрического дифференцирования. Понятие о геометрических производных от переменных прямых линий и рассматривание ускорений, как последовательные геометрические производные от скорости, принадлежат Резалю. Он заметил аналогию между геометрическими и обыкновенными производными, относящимися к дифференцированию суммы; но упустил из виду другие аналогии. В своих работах об ускорениях высших порядков Сомов дает формулу для дифференцирования геометрического произведения, аналогичную с формулой Лейбница для дифференцирования алгебраического произведения и показывает как она применяется для определения проекций скоростей и ускорений на данных, неподвижных или подвижных осях. К этой аналогии прибавил следующие: распространение правила умножения двух алгебраических сумм на геометрические суммы, способы выражения геометрическими производными какой-либо переменной прямолинейной длины при помощи скорости и ускорения крайних точек, геометрическое дифференцирование по разным переменным и некоторые предложения, относящиеся к геометрическим вариациям. Из всех этих аналогий и обобщений Сомов составил особенный метод для кинематических исследований, заменяющий прежние синтетические приемы и облегчающий значительно приложения анализа к кинематике, в том отношении, что он дает возможность «избегать длинные выкладки, в которых фигурируют, иногда без всякой надобности, прямолинейные координаты».

Другим важным введением Сомова в приложении анализа к кинематике является прямой способ для определения дифференциальных параметров первого порядка от функции точки. Ламе рассматривал дифференциальный параметр первого порядка функции точки как аналитическое выражение, в декартовых координатах. Сомов изобразил дифференциальный параметр длиною, отложенной на нормали к поверхности уровня (касательной). Приняв такое изображение параметра и определение для него, независимое от системы координат, как производной функции точки относительно перемещения нормального к поверхности уровня, Сомов в своих работах показал прямой способ для выражения дифференциальных параметров первого и второго порядка и кривизны поверхности в каких либо координатных системах ортогональных или косоугольных. Этот способ составления дифференциальных параметров первого порядка охватывает все графические и аналитические способы для построения нормалей к поверхностям и кривым линиям. Сомов изложил его в 7-й главе своей Кинематики с новым развитием (после Ламе)

и с приложением к определению координатных параметров наиболее типичных систем координат.

В статьях об ускорениях высших порядков, Сомов дает общие формулы для проекции скорости и ускорений различных порядков на три координатные параметра и на три другие, сопряженные с ними оси, которые называет осями координат. Потом применяет эти формулы к выводу общих выражений движения в криволинейных координатах, определяющих кривые первого и второго порядка кривизны [2, 3]. В 10-й и 9-й главе выводы всех этих формул значительно упрощаются при помощи формул для проекций геометрических производных координатных параметров, как прямых так и обратных, на направления этих параметров. В 12-й главе Сомов приводит способы нахождения геометрических производных дифференциального параметра какой-нибудь точки с помощью тех же выражений. Все вместе это составляет основание общей теории криволинейных координат, применение которых стало получать в геометрии и математической физике широкое распространение. В главах 12-й и 13-й Сомов показывает, как с помощью ускорений и геометрических производных дифференциальных параметров, составляются общие выражения для производных по времени от функции точки и функции системы точек, и как на основании этих выражений определяется общий вид условий, которым должны удовлетворять скорости и ускорения точек, когда они несвободны.

В кинематике неизменяемой системы Сомов излагает сперва свойства возможных скоростей свободной системы, основываясь на условиях для скоростей, вытекающих из неизменяемости расстояний между точками. После этого выводит те же свойства из формул, данных Эйлером для проекции возможной скорости на трех осях, неизменно связанных с телом, показывает связь между системою возможных скоростей и системою прямых, перпендикулярных к скоростям. Далее на основании формул Эйлера для определения проекций геометрической производной какой-либо длины на прямоугольных подвижных осях, основывает исследование об ускорениях высших порядков при движении неизменяемой системы.

Свойства возможных скоростей несвободной неизменяемой системы были исследованы Мангеймом. Он ограничился рассмотрением только таких условий для возможных скоростей, которые приводятся к простому условию, что твердое тело должно опираться одною точкою на неподвижной поверхности. Однако существует более общее условие, представляющие собой линейное уравнение, связывающие проекции поступательной скорости и вращательной скорости на три перпендикулярные оси, и такое условие практически реализуется. Сомов дает этому условию вид, независимый от системы координат, и показывает, как по данным условиям, число которых может быть больше 5, можно исследовать аналитически возможные скорости несвободной неизменяемой системы точек, определяя сопряженные оси вращения для всякой возможной системы скоростей, или сопряженные полюсы линейных комплексов.

Наконец в 17-й главе об относительном движении, с помощью геометрического дифференцирования, выводит соотношения между скоростями и ускорениями различных порядков в абсолютном, переносном и относительном движении. Впервые в механике вводит векторное произведение, получая ускорение Кориолиса, которое называет поворотным.

Таким образом, в кинематике Сомов рассматривает такие вопросы движения, для решения которых можно пренебречь инерционными характеристиками тела, и силовыми нагрузками, т.е для решения которых достаточно рассматривать пространственные и временные характеристики движения. Эта часть механики строится на геометрии, и которую, она в свою очередь пополняет, присоединяя к трем геометрическим измерениям еще одно – время.

В статике рассматривает общие зависимости между кинематическими величинами и силами, производящими движение, и на основании этой зависимости устанавливает меру сил и меру масс тела. Потому далее выводит способы преобразования сил, замены данных сил другими простейшими и определения условий равновесия сил. Также решает обратную задачу статики, заключающуюся в определении положений равновесия, которые должны иметь тела, когда действующие на них силы находятся в равновесии.

Наконец предметом исследования динамики Сомов ставит вопросы анализа движения, происходящего от известных инерционных и силовых параметров, а также для определения сил, способных вызвать такое движение.

Список литературы

1. Сомов О.И. *Рациональная механика. Кинематика*. С-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. 1872. 491 с.

2. Сомов О.И. Прямой способ для выражения дифференциальных параметров первого или второго порядка в криволинейных координатах // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 8. Кн. 1. 1865. Раздельная пагинация.

3. Сомов О.И. Об ускорении различных порядков в относительном движении // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 9. Кн. 1. 1865. Раздельная пагинация.

4. Сомов О.И. Преобразование прямолинейных координат в эллиптические // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 10. Кн. 2. 1860. Раздельная пагинация.

5. Сомов О.И. О решении одного вопроса механики, предложенного Абелем // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 9. Кн.1. 1866. Раздельная пагинация.

6. Сомов О.И. Доказательство Коши для уравнения равновесия // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 13. Кн. 1. 1869. Раздельная пагинация.

7. Сомов О.И. Спрямление кривых линий // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 15. Кн. 1. 1869. Раздельная пагинация.

8. Сомов О.И. Алгебраическое доказательство Гамильтонова начала // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 17. Кн. 1. 1870. Раздельная пагинация.

9. Сомов О.И. Construct. des axes d'un ellipse // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 18. Кн. 1. 1870. Раздельная пагинация.

10. Сомов О.И. Attract. d'un couche mince sur un point de sa surface // *Записки Императорской Академии наук*. Санкт-Петербург: Типография Императорской Академии Наук. Т. 19. Кн. 1. 1871. Раздельная пагинация.

11. Юлина. А.О. К истории задачи о вращении твердого тела около неподвижной точки в случае первоначального удара // *История науки и техники*. 2021. № 12. С. 3–8.

12. Юлина А.О., Синкевич Г.И. История развития теории эллиптических функций в работах Абеля, Якоби, Вейерштрасса, Сомова // *Таврический вестник информатики и математики*. 2021. № 3. С. 79–92.

References

1. Somov O.I. *Racional'naya mekhanika. Kinematika* [Rational mechanics. Kinematics]. St. Petersburg: Printing House of the Imperial Academy of Sciences. 1872. 491 p.

2. Somov O.I. Pryamoj sposob dlya vyrazheniya differencial'nyh parametrov pervogo ili vtorogo poryadka v krivolinejnyh koordinatah [Direct method for expressing differential parameters of the first or second order in curvilinear coordinates]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 8. Book 1. 1865 Separate pagination.

3. Somov O.I. Ob uskorenii razlichnyh poryadkov v otnositel'nom dvizhenii [On the acceleration of various orders in relative motion]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 9. Book 1. 1865. Separate pagination.

4. Somov O.I. Preobrazovanie pryamolinejnyh koordinat v ellipticheskie [Transformation of rectilinear coordinates into elliptical ones]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 10. Book 2. 1860. Separate pagination.

5. Somov O.I. O reshenii odnogo voprosa mekhaniki, predlozhennogo Abelem [On the solution of one question of mechanics proposed by Abel]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 9. Book 1. 1866. Separate pagination.

6. Somov O.I. Dokazatel'stvo Koshi dlya uravneniya ravnovesiya [Cauchy's proof for the equilibrium equation]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 13. Book 1. 1869. Separate pagination.

7. Somov O.I. Spryamlenie krivyh linij [Straightening of curved lines]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 15. Book 1. 1869. Separate pagination.

8. Somov O.I. Algebraicheskoe dokazatel'stvo Gamil'tonova nachala [Algebraic proof of the Hamiltonian principle]. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 17. Book 1. 1870. Separate pagination.

9. Somov O.I. Construct. des axes d'un ellipse. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 19. Book 1. 1871. Separate pagination.

10. Somov O.I. Attract. d'un couche mince sur un point de sa surface. *Zapiski Imperatorskoj Akademii nauk* [Notes of the Imperial Academy of Sciences]. St. Petersburg: Printing house of the Imperial Academy of Sciences. Vol. 19. Book 1. 1871. Separate pagination.

11. Yulina. A.O. K istorii zadachi o vrashchenii tverdogo tela okolo nepodvizhnoj tochki v sluchae pervonachal'nogo udara [On the history of the problem of the rotation of

a rigid body around a fixed point in the case of an initial impact]. *Istoriya nauki i tekhniki* [History of Science and Technology]. 2021. No. 12. Pp. 3–8.

12. Yulina A.O., Sinkevich G.I. Istoriya razvitiya teorii ellipticheskih funkcij v rabotah Abelya, Yakobi, Vejershtrassa, Somova [The history of the development of the theory of elliptic functions in the works of Abel, Jacobi, Weierstrass, Somov]. *Tavricheskij vestnik informatiki i matematiki* [Tauride Bulletin of Informatics and Mathematics]. 2021. No. 3. Pp. 79–92.

Информация об авторе

Юлина Анна Олеговна, старший преподаватель кафедры строительной механики

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (СПбГАСУ)
190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, ул. 2-я Красноармейская, д. 4

Information about author

Yulina Anna Olegovna, Senior Lecturer of Department of Structural Mechanics

St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering
190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, st. 2nd Krasnoarmeyskaya, 4