

Распространение и влияние идей Бернарда Больцано на развитие анализа XIX века.

Г.И. Синкевич, СПбГАСУ

Синкевич Г.И. Распространение и влияние идей Больцано на развитие анализа XIX века / Г.И. Синкевич // Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования. Тезисы и тексты докладов Международной конференции 15-18 декабря 2014 года. Москва: РУДН. – 2014. – С. 436–438.

Бернард Больцано (Bernard Placidus Johann Nepomuk Bolzano, 1781–1848) родился и умер в Праге. Его отец – итальянский торговец предметами искусства, мать – из семьи пражских купцов. С 1796 года он посещал лекции в Карловом университете в Праге, в том числе лекции по математике и логике. В 1804 претендовал на должность профессора математики, но неудачно, в 1805 был рукоположен в сан священника и получил степень доктора философии. С 1805 преподавал в университете философию религии, был университетским проповедником, проводя идеи национального возрождения (Чехия была под властью Габсбургов). Влияние Больцано на молодёжь вызвало неудовольствие властей и повлекло церковное расследование, продолжавшееся до 1825 года. В 1819 году он был лишён права на преподавание и получил пожизненную пенсию 300 флоринов в год. С 1820 жил в уединении в провинции. С 1841 до самой смерти Больцано был секретарём Королевского Чешского общества наук, написав в это время свои математические трактаты. При его жизни было опубликовано всего 5 математических работ: 1804 «Размышление о некоторых предметах элементарной геометрии» 1804, где он рассматривает постулат о параллельных; 1810 «К вопросу об обосновании математики» [1]; 1816 «О биномиальном ряде и как следствие из него многочлены и ряды для вычисления логарифмов и показательных величин» [2]; 1817 – «Три проблемы спрямляемости, вычисления площадей и объёмов без применения бесконечно малых и предположения Архимеда» [3], 1817 – «Чисто аналитическое доказательство теоремы, что между любыми двумя значениями, дающими результаты противоположного знака, лежит по меньшей мере один действительный корень уравнения» [4, в русском переводе 5].

После смерти Больцано в Лейпциге в 1851 году был издан его трактат «Парадоксы бесконечного» [6, в русском переводе 7].

Чешские коллеги начали издавать рукописи Больцано с 1930 года. Тематика их разнообразна: философия, теология, логика и методология науки, преподавание, математика. Самой значительной находкой были рукописи Больцано 1830-х годов «Größenlehre», где он создаёт теорию действительного числа «Zahlentheorie» [8]. Правда, хотя теория строится на основе принципа сечения (за 40 лет до появления определения Дедекинда), Больцано вводит в рассмотрение переменные бесконечно малые и бесконечно большие числа. Может быть, получи его теория завершение и признание, у нас сейчас была бы иная математика. Некоторые его работы утрачены, например, от большого сочинения «Анти-Евклид» остались лишь фрагменты.

В переписке Больцано найдены его свидетельства встреч с О. Коши и горестное недоумение по поводу появления в работах Коши своих идей. Отметим, что критерий сходимости числовой последовательности, определение непрерывной функции и некоторые приложения определённого интеграла впервые опубликованы Больцано, но приписываются Коши в силу его высокого авторитета, научной популярности и непорядочной забывчивости. Это же относится и к запискам, которые Больцано (и не только он) передавал Коши, но затем с изумлением видел эти результаты опубликованными в статьях Коши. – об этом [9, 10].

Немногие опубликованные работы Больцано содержат его план реформы анализа XIX века. – Он первый поднял вопрос о строгости, о необходимости освободить анализ и в частности понятие непрерывности от физических и геометрических интерпретаций, о необходимости обоснования арифметики, в его работах содержатся первые примеры непрерывных и нигде немонотонных функций, принцип взаимно-однозначного соответствия, понятие точной верхней границы, множества, предельной точки, метод дихотомии. Мы знаем теорему Больцано-Коши, теорему Больцано-Вейерштрасса – их первые формулировки появились у Больцано.

В XIX веке Больцано стал широко известен благодаря Герману Ганкелю, который писал о Больцано в своих исторических работах и в статье «Предел» 1869 года [11]. Это была большая программная статья в Энциклопедии наук и искусств, она содержит исторический обзор понятия предела (границы от античности до середины XIX века и замечательна тем, что показывает картину представлений о пределе за 3 года до появления первых работ по теории множеств, концепции числа и непрерывности Кантора, Дедекнда, Вейерштрасса и Гейне. В ней очень много внимания уделено значимости идей Больцано.

В 1870 году в Тюбингене в серии “Ostwalds Klassiker der Exakten Wissenschaften” Nr. 153 благодаря Ганкелю был переиздан труд Больцано “Rein analytischer Beweis” (Аналитическое доказательство) с предисловием Ганкеля и его статьёй об осциллирующих функциях (Метод сгущения особенностей).

Благодаря популяризации Ганкеля идеи Больцано проникают в развивающуюся в немецкой математической среде теорию обоснования анализа, формирование концепции непрерывности и действительного числа. Идея покрытия интервалов, появившаяся в работе Больцано «Аналитическое доказательство», была использована Раабе, Дирихле в 1860-х годах (по материалам журнала Крелле) и Гейне в построении 1872 года «Лекции по теории функций» [12, 13]. Как известно, в 1895 году теорема о покрытиях была обобщена Борелем для счётного случая, а в 1898 году Лебегом для несчётного случая.

Таким образом, многие основные понятия и концепции математического анализа XIX века берут своё начало в работах Больцано, известных в среде немецких математиков.

Литература

1. *Bolzano, B. Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie/ B. Bolzano.–Prag: Karl Barth. – 1804. – 65 s.*

2. *Bolzano, B. Der binomische Lehrsatz und als Folgerund aus ihm der polynomische, und die Reihen bit zur Berechnung der Logarithmen und Exponentialgrößen / B. Bolzano. – Prag: Guderschen Buchhandlung. – 144+3 s.*
3. *Bolzano, B. Die drey Probleme der Rectification, der Complation und der Cubirung, ohne Betrachtung des unendlich Kleinen, ohne die Annahmen des Archimedes / B. Bolzano. – Leipzig: Paul Gotthelf Rummel. – 81 s.*
4. *Bolzano, B. Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, daß zwischen zwey Werthen, die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege/ B. Bolzano. – Prag: Gottlieb Haase. – 1817. – 60 s.*
5. *Больцано, Б. Чисто аналитическое доказательство теоремы, что между любыми двумя значениями, дающими результаты противоположного знака, лежит по меньшей мере один действительный корень уравнения / Б. Больцано // Перевод Э. Кольмана // В кн. Кольман Э. Бернад Больцано. М. – 1955. – С. 170–204.*
6. *Bolzano, B. Paradoxien des Unendlichen / B. Bolzano. – Leipzig: Bei C.H. Reclam sen. – 157 s.*
7. *Больцано, Б. Парадоксы бесконечного / Б. Больцано. – Перевод под ред. И.В. Слешинского. Одесса: Mathesis, 1911. – 140 с.*
8. *Рыхлик, К. Теория вещественных чисел в рукописном наследии Больцано / К. Рыхлик // Историко-математические исследования. – 1958 г. – XI. – С. 515–532.*
9. *Grattan-Guinness, I. Bolzano, Cauchy and the “New Analysis” of the Early Nineteenth Century / I. Grattan-Guinness // Archive for History of Exact Sciences. – Springer Verlag. Berlin-Heidelberg-New York. – 1970. – Vol. 6. – No 3-5. – P. 372–400.*
10. *Синкевич, Г.И. К истории эпсилонтики / Г.И. Синкевич // Математика в высшем образовании. – 2012. - №10. – С. 149–166.*

11. *Hankel, H. Grenze* / Н. Hankel // Allgemeine Enzyklopädie der Wissenschaften und Künste. – Leipzig. – 1870/71 . – Vol. 90. – p. 185–211.
12. *Синкевич, Г.И. Генрих Эдуард Гейне. Теория функций* // Г.И. Синкевич // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвузовский тематический сборник трудов. Выпуск 18. Под редакцией д-ра физ.- мат. наук, проф. Б.Г. Вагера/ СПбГАСУ. – СПб. – 2012. – С. 6 – 26.
13. *Гейне, Э.Г. Лекции по теории функций. Перевод и примечания* Г.И.Синкевич // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвузовский тематический сборник трудов. Выпуск 18. Под редакцией д-ра физ.- мат. наук, проф. Б.Г. Вагера / СПбГАСУ. – СПб. – 2012. – С. 26 – 46.